

ISBN: En trámite

Colección



Universidad Juárez del Estado de Durango

Facultad de Ciencias Exactas

Memorias del III Encuentro Estudiantil de Matemáticas

Aplicadas

Dra. Alicia López Betancourt

M.C.N. Fidel Esteban Flores Ocampo

(Coordinadores)

L.M.A. Brenda Iveth Hernández Martínez

(Editora)

DICIEMBRE 2015

Comité de Evaluación

Dra. Martha Leticia García Rodríguez

ESIME del Instituto Politécnico Nacional

Dr. José Santos Acosta Rosales

CICESE (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada)

Dra. María Esperanza Blanco Ramírez

COLPOS (Colegio de Postgraduados)

L.M.A. Juan Carlos Meléndez Meléndez

Dra. Jessica Beltrán

CICESE (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada)

Comité Organizador del III Encuentro Estudiantil de Matemáticas Aplicadas

Cuerpo Académico de Topología y Geometría

Dra. Alicia López Betancourt

Facultad de Ciencias Exactas, UJED

M.C.N. Fidel Esteban Flores Ocampo

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	4
CRECIMIENTO BIOLÓGICO.....	5
EFICACIA PARA LA ELIMINACIÓN DE LA MAYOR CANTIDAD DE BACTERIAS EN LAS MANOS	11
SOLUCIÓN DE ECUACIONES DE UNA VARIABLE: ESCALERA CON CAJÓN Y RUTA OBLIGADA DE LONGITUD MÍNIMA	27
CRECIMIENTO PORCENTUAL ECONÓMICO.	36
FLOTAMIENTO DE ESFERAS	44
ÁTOMO DE HIDRÓGENO	54
COMPARACIÓN ENTRE CUATRO MÉTODOS DE ENFRIAMIENTO PROPUESTOS APLICADOS A CUATRO TIPOS DE CERVEZA	66
APLICACIONES DE LAS CURVAS DE BÉZIER	80
SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN NO LINEAL CORRESPONDIENTE A UNA OLA ESTACIONARIA REFLEJADA EN UN PUERTO	94
COMPARACIÓN DE CINCO MARCAS DE AGUA PURIFICADA MEDIANTE ANÁLISIS MICROBIOLÓGICO DEL AGUA	101
COMPARACIÓN EN LA CANTIDAD DE AZUCARES EN LOS REFRESCOS DE COLA DE LA MARCA COCA COLA PEPSI Y DR PEPPER EN PRESENTACIÓN DE LATA DE 355 ML. ENTRE ELLOS Y SUS COMPETIDORES LIGTH.....	112
EFFECTOS DEL TABACO EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS FUMADORES	130
DESGASTE DE PASTILLAS SANITIZANTES DE CUATRO MARCAS COMERCIALES	146

INTRODUCCIÓN

Tras la firma de la declaración de Bolonia en 1999, un grupo de universidades puso en marcha el proyecto “Tuning Educational Structures in Europe”, uno de los campos incluidos en el proyecto Tuning fue el de las matemáticas. Se señala que las competencias específicas de formación disciplinar y profesional para los estudiantes de matemáticas se encuentran: creación de modelos matemáticos para situaciones reales; resolución de modelos utilizando técnicas analíticas, numéricas o estadísticas; visualización e interpretación de soluciones así como participación colaborativa. Asimismo en las competencias académicas se determina que el conocimiento de los procesos de aprendizaje de las matemáticas así como la ejemplificación de la aplicación de las matemáticas a otras disciplinas y problemas reales.

La Facultad de Ciencias Exactas (FACE) de la Universidad Juárez del Estado de Durango, consciente de la importancia de desarrollar en los futuros Licenciados en Matemáticas Aplicadas, los profesores: M.C. Fidel Esteban Flores Ocampo y Dra. Alicia López Betancourt emprenden en el semestre Febrero-Junio un proyecto en el cual los estudiantes desarrollen una investigación que integre los conocimientos matemáticos adquiridos durante el semestre y éstos se apliquen a un problema real. Lo anterior se culminó en el evento denominado: Primer Encuentro Estudiantil de Matemáticas Aplicadas. La respuesta de los estudiantes así como los resultados del mismo motivaron para mejorar este evento, de tal manera que se llevó a cabo el segundo encuentro Estudiantil en cual participaron también estudiantes de cuarto semestre y se realizó una presentación de carteles. Esta comunidad de aprendizaje en torno a la resolución de problemas reales ha ido poco a poco madurando los procesos de selección de temas, evaluación de las ponencias de los participantes como fue el caso del Tercer Encuentro Estudiantil de Matemáticas Aplicadas. Por lo anterior se consideró importante documentar en memorias los trabajos de los estudiantes los cuales tuvieron que corregir las observaciones realizadas por los evaluadores.

Este Encuentro Estudiantil ha permitido desarrollar competencias que no se enfocan como el estudio de objetos abstractos ni como mero ejercicio de procedimientos o herramienta matemática. Se entienden como habilidades que, para ser retomadas desde la formación de

profesionistas, deben ser contextualizadas en el marco de determinado problema que los desafíe y les permita construir un aprendizaje significativo. Se trata de un aprendizaje que, para el logro de su objetivo en cuanto a resolución de un problema, requiere en su aplicación del tránsito desde el problema de realidad que se pretende resolver, al reconocimiento y fortalecimiento de las categorías lógicas-matemáticas que involucra dicha resolución.

A diferencia de lo que ocurre en el contexto escolar, en los laborales o de la vida cotidiana se presentan situaciones problemáticas menos estructuradas y más difusas respecto de las variables que deben seleccionarse para un correcto planteamiento y eficaz resolución. Estos últimos contextos requieren por parte dichos profesionistas el desarrollo o fortalecimiento de habilidades que permitan:

- Buscar, analizar y seleccionar datos disponibles o inferidos.
- Organizar los datos como información.
- Formular hipótesis que permitan traducir al lenguaje matemático el problema presentado.
- Diseñar variables que contribuyan a explicar el fenómeno o el problema presentado.
- Establecer razonamientos y relaciones que hagan posible plantear o diagnosticar el problema.
- Establecer relaciones matemáticas que permitan orientar la decisión sobre la mejor forma de resolver el problema.
- Verificar sobre la situación problemática real si la solución matemática es aceptable.

Se tiene como objetivo marcar una pauta de seguimiento para el desarrollo de futuros proyectos en los cuales sus autores puedan tomar como referencia lo expuesto en el presente documento.

En el trabajo de edición de este documento he encontrado un reto a nivel tanto personal, como de crecimiento profesional. Podemos percatarnos entre líneas de la importancia de las matemáticas dentro del campo de las aplicaciones cotidianas en distintas áreas del conocimiento científico, pero no es sino cuando nos adentramos a la recopilación de datos o elaboración de un modelo específico para cada uno de los problemas planteados

que alcanzamos a comprender nuestro nivel de conocimiento acerca de las matemáticas mismas, asimismo podemos percatarnos de nuestras deficiencias en los diversos campos de aplicación.

Los trabajos presentados a continuación comprenden una variedad muy amplia de aplicaciones de las matemáticas, desde problemas planteados de manera teórica hasta experimentos realizados en laboratorios de Química y Biología donde se desarrollan competencias transversales que son cruciales para un Licenciado en Matemáticas Aplicadas.

La experiencia relatada por los autores acerca de su primer acercamiento a lo que es una investigación experimental y por consecuencia a la redacción de artículos científicos, nos permite darnos cuenta el impacto que tienen las competencias aquí mencionadas. El nivel de adentramiento a cada uno de los campos de aplicación de las matemáticas para su exposición en los Encuentros realizados en nuestra Facultad ha ido incrementando a partir de la primer Encuentro realizado en el año 2014, por lo que las expectativas en cuanto a lo que el nivel de un Licenciado en Matemáticas Aplicadas se refiere son muy altas. De lo anterior, es grato participar de la experiencia que cada una de estas competencias deja en su transcurrir y es aquí donde nace la necesidad de plasmar a manera de compilación los diversos trabajos presentados por los distintos autores.

Es importante rescatar que para todos los autores que por una u otra razón han participado de estos importantes eventos hay un motivo de peso, desde una calificación para el cumplimiento de un programa de estudios hasta la necesidad de abrirse camino dentro de lo que ha elegido como camino a seguir a lo largo de su vida.

Finalmente, felicito a todos aquellos que, por uno u otro motivo, han sido partícipes de esta manera de expresar el conocimiento que a lo largo de nuestra carrera se nos ha transmitido no por uno, sino por muchos de los grandes matemáticos de nuestro estado, a quienes tenemos el privilegio de llamar profesores.

Los exhorto a continuar con el cometido de este gran proyecto que ya está en marcha y que sirve como motivación para futuros autores.

Ya lo dijo **John Locke**: *No se preocupe por sus dificultades en las matemáticas. Yo puedo asegurarle que las mías son todavía mayores.*

CRECIMIENTO BIOLÓGICO

Autores: Gilda Elizabeth Ávila Carrillo, Gladis Yohima García Velarde. **Asesor:** Dra.

Alicia López Betancourt

gylda_02@hotmail.com, gaveyohima@hotmail.com

Nivel educativo: Superior, **Categoría:** Análisis Numérico

Palabras clave: Biología, estatura, edad, género, crecimiento.

Resumen: El crecimiento es un proceso a través del cual los seres vivos aumentan su tamaño y se desarrollan hasta alcanzar la forma y la fisiología propias de su estado de madurez (edad adulta). También se define como crecimiento al aumento irreversible del tamaño en un organismo consecuencia de la proliferación celular que conduce al desarrollo de estructuras más especializadas del mismo. Enfocaremos nuestra investigación a la obtención de la estatura media de varones adultos en distintas edades, aplicando un modelo matemático basado en una ecuación diferencial con solución dada, dicho modelo se toma de problemas relacionados con el crecimiento.

INTRODUCCIÓN

Nuestro problema de investigación estará basado en un tema del área de biología, el cual estará orientado a obtener la altura media de varones adultos con los datos de:

Las alturas promedio de niños varones de varias edades que se muestran en la tabla.

Tabla 1. Estaturas promedio de varones de distintas edades.

AÑOS	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTATURA (cm)	68.75	76	86.37	99.87	107.37	113.5	120	122.12	133.5	134.12	148.62

OBJETIVO

Objetivo general: analizar qué área de las matemáticas demanda la propia biología. A veces ocurre que se demanda un área de las matemáticas que todavía no ha sido explorada, por lo cual uno tiene que hacer desarrollos en algunas cosas y al mismo tiempo esa construcción va generando requerimientos sobre la biología.

Objetivos particulares:

- Aplicar las matemáticas al crecimiento biológico.
- Solucionarlo mediante la aplicación de ecuaciones diferenciales (ecuación de máximo crecimiento).

- Determinar la altura media de nuestros datos utilizando la ecuación de máximo crecimiento.

MARCO TEÓRICO

En ciencias aplicadas, un modelo matemático es uno de los tipos de modelos científicos que emplea algún tipo de formulismo para expresar relaciones, proposiciones sustantivas de hechos, variables, parámetros, entidades y relaciones entre variables y/o entidades u operaciones, para estudiar comportamientos de sistemas complejos ante situaciones difíciles de observar en la realidad.

Un problema fundamental en biología es el crecimiento, sea este el crecimiento de una célula, un órgano, un ser humano, una planta o una población. En algunos problemas relacionados con crecimiento se obtiene la ecuación diferencial fundamental.

$$\frac{dy}{dt} = xy \quad (1)$$

Con solución:
$$Y = Ce^{xt} \quad (2)$$

Donde c es una constante arbitraria. De esto vemos que el crecimiento ocurre si $\alpha > 0$ mientras que el decaimiento (o encogimiento) ocurre si $\alpha < 0$. Un defecto de la ecuación (1) y de la solución correspondiente (2) es que si $\alpha > 0$ entonces tenemos que $y \rightarrow \infty$ si $t \rightarrow \infty$, así que a medida que el tiempo transcurre el crecimiento es ilimitado. Esto está en conflicto con la realidad, ya que después de transcurrir cierto tiempo sabemos que una célula o individuo deja de crecer, habiendo conseguido un tamaño máximo.

METODOLOGÍA

La pregunta que surge naturalmente es: ¿podemos modificar la ecuación $\frac{dy}{dt} = xy$ para que corresponda a estos hechos biológicos? Veamos si podemos formular el problema matemáticamente.

Formulación matemática. Para fijar ideas, supongamos que 'y' denota la altura de un ser humano (aunque como ya se ha mencionado, esto podría referirse a otras cosas, tales como el tamaño de células). Es natural asumir que la tasa de cambio de la altura dependa de la altura de una manera más complicada que la simple proporcionalidad como en $\frac{dy}{dt} = xy$.

Así, tendríamos

$$\frac{dy}{dt} = F(y) \quad , y = y_0 ; \quad \text{Para todo } t = 0 \quad (3)$$

Donde y_0 representa la altura en algún tiempo especificado $t = 0$, y donde F es una función apropiada pero aún desconocida. Puesto que la función lineal $F(y) = \alpha Y$ no es apropiada, ensayemos con una aproximación de orden superior dada por una función cuadrática $F(y) = \alpha y - \beta y^2$, donde seleccionamos $\beta > 0$ para restringir el crecimiento de 'y' como lo exige la realidad. La ecuación diferencial (3) se convierte así en

$$\frac{dy}{dt} = \alpha y - \beta y^2 \quad , y = y_0 ; \quad \text{Para todo } t = 0 \quad (4)$$

Se debe enfatizar que esta ecuación sólo proporciona un modelo matemático el cual esperamos describa los hechos biológicos del crecimiento, y si el modelo produce resultados que no están de acuerdo con la realidad éste se debe revisar.

Solución: Puesto que en la ecuación (4) las variables son separables, tenemos

$$\frac{dy}{\alpha y - \beta y^2} = dt \quad \text{o} \quad \int \frac{dy}{y(\alpha - \beta y^2)} = t + c$$

Esto es:

$$\int \frac{1}{\alpha} \left[\frac{1}{y} + \frac{\beta}{(\alpha - \beta y)} \right] dy = t + c \quad \text{o} \quad \frac{1}{\alpha} [\ln y - \ln(\alpha - \beta y)] = t + c \quad (5)$$

Usando la condición $y = y_0$ en $t = 0$ veamos que $c = \frac{1}{\alpha} [\ln y_0 - \ln(\alpha - \beta y_0)]$

Así (5) se convierte en:

$$\frac{1}{\alpha} [\ln y - \ln(\alpha - \beta y)] = t + \frac{1}{\alpha} [\ln y_0 - \ln(\alpha - \beta y_0)]$$

Resolviendo para Y se obtiene:

$$Y = \frac{\frac{\alpha}{\beta}}{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)e^{-at}} \quad (6)$$

Si tomamos el límite de (6) cuando $t \rightarrow \infty$ vemos ya que $\alpha > 0$ que:

$$y_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} y = \frac{\alpha}{\beta} \quad (7)$$

EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA

Lo anterior muestra que hay un límite al crecimiento de y como lo requieren los hechos biológicos, y tiende a indicar la validez de nuestro modelo matemático. Como se indicó en la ecuación: $y_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} y = \frac{\alpha}{\beta}$, este máximo se denotó por y_{max} . Para aplicar al

resultado $Y = \frac{\frac{\alpha}{\beta}}{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)e^{-at}}$, supongamos que los valores de y correspondientes a los

tiempos $t = 1$ y $t = 2$ (donde usamos alguna unidad de tiempo especificada) están dados

por y_1 y y_2 respectivamente. Entonces de $Y = \frac{\frac{\alpha}{\beta}}{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)e^{-at}}$ vemos que

$$\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)e^{-\alpha}} = y_1 \quad , \quad \frac{\frac{\alpha}{\beta}}{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)e^{-2\alpha}} = y_2$$

$$\frac{\beta}{\alpha}(1 - e^{-\alpha}) = \frac{1}{y_1} - \frac{e^{-\alpha}}{y_0} \quad , \quad \frac{\beta}{\alpha}(1 - e^{-2\alpha}) = \frac{1}{y_2} - \frac{e^{-2\alpha}}{y_0} \quad (8)$$

Para determinar β/α y c en términos de y_0 , y_1 y y_2 , podemos proceder así. Divida los miembros de la segunda ecuación en (8) por los correspondientes miembros de la primera ecuación para así eliminar β/α . Esto produce:

$$1 - e^{-\alpha} = \frac{\frac{1}{y_2} - \frac{e^{-2\alpha}}{y_0}}{\frac{1}{y_1} - \frac{e^{-\alpha}}{y_0}} \quad (9)$$

Con los pasos algebraicos:

$$e^{-\alpha} = \frac{y_0(y_2 - y_1)}{y_2(y_1 - y_0)} \quad (10)$$

Si ahora sustituimos en la primera de las ecuaciones en (8) encontramos:

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{y_1^2 - y_0 y_2}{y_1(y_0 y_1 - 2y_0 y_2 + y_1 y_2)} \quad (11)$$

Los valores (10) y (11) se pueden usar para escribir la ecuación (6) en términos de valores apropiados de y_0 , y_1 y y_2 . También es de interés notar que el valor límite de y es

$$y_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} y = \frac{y_1(y_0 y_1 - 2y_0 y_2 + y_1 y_2)}{y_1^2 - y_0 y_2} \quad (12)$$

RESULTADOS

Las alturas promedio de niños varones de varias edades se muestran en la tabla siguiente.

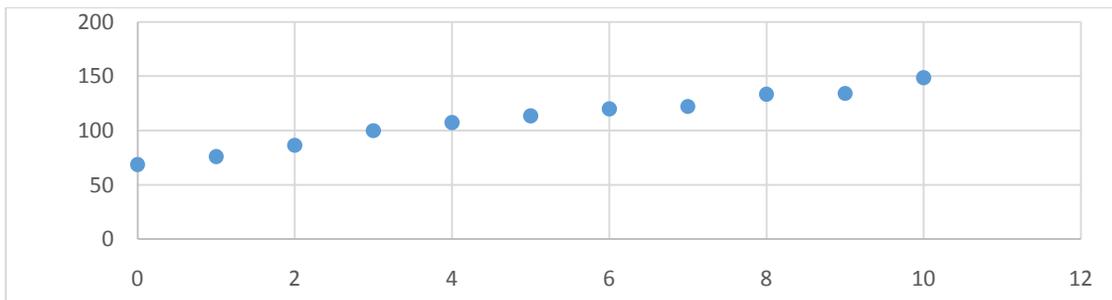
Tabla 2. Estaturas promedio de varones de distintas edades.

AÑOS	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTATURA (cm)	68.75	76	86.37	99.87	107.37	113.5	120	122.12	133.5	134.12	148.62

Usar estos datos para predecir la altura media de varones adultos con pleno crecimiento:

Las estaturas de la tabla son medias obtenidas de una muestra de 88 niños con edades de 0 a 10 años con 8 datos de cada edad.

Gráfica 1. Estaturas.



Para cumplir el conjunto de datos dados en la tabla, sea $t = 0,1,2$ las edades al nacimiento 5 años y 10 años respectivamente. Así tenemos

$$y_0 = 68.75 , y_1 = 113.50 , y_2 = 148.62$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (12) se obtiene:

$$y_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} y = \frac{y_1(y_0 y_1 - 2y_0 y_2 + y_1 y_2)}{y_1^2 - y_0 y_2} \quad (12)$$

$$y_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} y = \frac{113.50((68.75)(113.50) - 2((68.75)(148.62) + (113.50)(148.62)))}{(113.50)^2 - (68.75)(148.62)}$$

Obteniendo así un valor de 180.44 cm como altura media máxima requerida.

CONCLUSIONES:

Nuestro tema de investigación fue realizado para la mayor comprensión sobre cómo las matemáticas pueden ser realmente aplicadas a diferentes ramas de la ciencia y de la vida real, como nuestro ejemplo basado en la rama de la biología y aplicado al crecimiento del ser humano. Por lo cual nos satisface haber obtenido la ecuación de nuestro modelo matemático mismo que arroja un resultado dentro de los parámetros aceptados, sin rebasar la normalidad. Por tanto, la ecuación diferencial del máximo crecimiento es factible para su aplicación.

BIBLIOGRAFÍA

M., H. R. (s.f.). *Ingeniería Industrial*. University of Pittsburg.
 Spiegel, M. R. (s.f.). *Ecuaciones Diferenciales Aplicadas*.

EFICACIA PARA LA ELIMINACION LA MAYOR CANTIDAD DE BACTERIAS EN LAS MANOS

Autores: Erika Alejandra Villarreal Pérez, Saraí Lara Sánchez. **Asesor:** M.C.N. Fidel Esteban Flores Ocampo

erika_gya@hotmail.com, sarails_93@hotmail.com

Nivel educativo: Superior, **Categoría:** Diseño de experimentos

Palabras clave: antibacteriales, manos, eficacia, bacterias, limpieza.

Resumen: Al lavar y/o desinfectar las manos, nos deshacemos de los gérmenes que podemos haber adquirido de otras personas, de las superficies que tocamos y/o de los animales con los que tenemos contacto. Es conveniente desinfectar si quiere alcanzar un mayor nivel de protección, y para ello el mercado nos ofrece diversas presentaciones de antibacteriales, los cuales mencionan que su eficacia para la eliminación de bacterias es del 99.9%. En este documento pretendemos probar la eficacia de los antibacteriales, de los cuales hemos elegido 4 diferentes presentaciones (gel, jabón líquido, en barra y en espuma), demostrando mediante las pruebas recolectadas de estos 4 productos aplicados a 5 personas cuál de ellos elimina una mayor cantidad de bacterias.

INTRODUCCIÓN

Dadas las condiciones de protección a enfermedades producidas por bacterias, es necesario conocer las medidas y acciones de higiene que reduzcan el riesgo de la propagación de estas enfermedades. La protección debida y correcta es una necesidad continua y por ello nos hacemos de nuevos hábitos de higiene y protección, por lo cual es importante saber de la eficacia de los antibacteriales.

OBJETIVO

Diseñar un experimento para demostrar si existen diferencias en la eficacia de los antibacteriales.

MARCO TEÓRICO

Pregunta delimitada

¿Cuál es el tipo de antibacterial que elimina la mayor cantidad de bacterias en las manos?

Existen evidencias que nos permiten afirmar que existen rastros de bacterias en la tierra, organismos microscópicos unicelulares, carentes de núcleo, que se multiplican por división celular sencilla o por esporas y que son los agentes causantes de numerosas enfermedades.

Desde el período precámbrico, o sea, 3.300 millones de años atrás. Entre los miles y miles de seres microscópicos que existen algunos viven en la tierra y otros habitan en las aguas o en los vegetales, o forman parte de la biota normal de los organismos superiores. Muchos se encuentran aislados, mientras que otros se agrupan en comunidades que se han dado en llamar biopelícula siendo esta una estructura colectiva de microorganismos que se adhiere a superficies vivas o inertes y está revestida por una capa protectora segregada por los propios microorganismos. Por fortuna sólo unos pocos producen daño en los animales, incluido el hombre, o en plantaciones. Estos últimos constituyen el grupo de los microorganismos patógenos o agentes que causan infecciones en los seres humanos, estas ‘insignificantes’ bacterias han sido las causantes de catastróficas epidemias a lo largo de la historia por ejemplo el cólera y la peste. Aunque también son responsables de otras enfermedades comunes que aquejan a todo el mundo como una gastritis o una infección en la garganta.

Por otra parte tenemos a los virus que son los microorganismos compuestos de material genético protegido por un envoltorio proteico, que causan diversas enfermedades introduciéndose como parásitos en una célula para reproducirse en ella, que son otro tipo de microbios (organismo microscópico animal o vegetal) muy distintos a las bacterias y de todos los microorganismos. Los virus difieren de las bacterias y de todos los demás microorganismos sobre todo en un rasgo: no están compuestos de células y son mucho más pequeños que las células. Cuando se introducen en una célula, son capaces de “someter” toda la química celular a sus propios fines. Es decir, ponen toda la maquinaria al servicio de la formación de nuevos virus. Los virus provocan sida, resfríos, bronquitis aguda, gripe, hepatitis viral, influenza y un larguísimo etcétera.

Un suceso viral que marco a México fue la presencia de la gripe AH₁N₁ que se inició en 2009, entrando en nuestro país el 17 de marzo de ese mismo año. Siendo así el primer país en reportar un caso de esta gripe en el continente americano y el mundo entero. Según la Organización Mundial de la Salud (OMS), el primer enfermo registrado en el mundo fue un niño de 10 años de edad.

A partir del revuelo que causo esta pandemia en el mundo entero y en particular en nuestro país, aumentaron las medidas preventivas para evitar contraer la enfermedad. Durante el

tiempo en que tuvo mayor impacto el virus de la influenza aumentó el consumo de antibacteriales en el país, siendo esta la medida preventiva más empleada.

Es por ello que esta investigación fue hecha con el fin de conocer si es verdad que los antibacteriales eliminan, el 99.9% de las bacterias existentes en las manos o de no ser así identificar el más eficaz y accesible a la población.

¿Desinfectante o antibacterial?

Los desinfectantes son agentes químicos usados principalmente sobre los objetos, con el fin de destruir o inhibir el crecimiento de los microbios. Los productos antibacteriales impiden también la proliferación y desarrollo de bacterias y microorganismos nocivos para la salud, pero el término es más utilizado en productos específicos para uso personal.

Desinfectante y antiséptico no son sinónimos. El primero es un producto que destruye gérmenes localizados en superficies como pisos, muebles, baños u objetos, en tanto que los segundos actúan únicamente sobre tejidos vivos (como la piel). Varios compuestos son desinfectantes y también antisépticos, es el caso del alcohol al 70% y el triclosán. Existen algunos antisépticos para labores muy específicas. Por ejemplo, para el lavado de manos quirúrgico se usa una solución acuosa de clorhexidina.

Productos con base de alcohol

El alcohol etílico es el compuesto de uso tópico más conocido y aplicado universalmente, a raíz de su eficacia frente a ciertos virus y bacterias. En los antibacteriales comerciales se encuentra en diferentes concentraciones, desde 60 hasta 90%. Una condición particular del etanol es que si se usa en una solución pura al 100%, carece casi por completo de acción germicida. Sí, el alcohol debe estar diluido para tener efecto. Se ha demostrado que la solución más efectiva es al 70% de alcohol. Muchos de los geles antibacteriales que se comercializan en el mercado usan el alcohol como ingrediente activo en los porcentajes recomendados. También se fabrican algunos geles antibacteriales que contienen alcohol del tipo isopropílico, el cual es utilizado de igual forma para uso tópico (en piel), en concentraciones del 70%, con una efectividad equivalente a la del etanol. De igual forma, encontramos en el mercado productos como toallitas o sprays que utilizan al alcohol como ingrediente activo. Las bacterias son altamente susceptibles al alcohol, pues afecta a sus proteínas, rompiendo su membrana celular o dañando su estructura, con lo que tiende a

producir su muerte. Los virus también son sensibles al alcohol, pero en ellos los efectos son más variables.

Buen uso del producto

Cuando se compran productos antibacteriales o desinfectantes se deben leer y seguir las instrucciones de uso. Es importante destacar que una limpieza eficaz, antes de utilizar cualquier antibacterial o desinfectante, ayuda a tener mayor efectividad en la eliminación de microorganismos. Así que hablaremos de las mejores técnicas de empleo para cada tipo de antibacterial.

Para los **Geles** se recomienda que se ponga una porción en la palma de la mano y que frote ambas manos para distribuir el producto en dorso, palmas, dedos. Deja secar libremente, ya que sus componentes son muy volátiles.

Los **Jabones (cualquier tipo)** normalmente deben aplicarse y frotar por un periodo de tiempo de aproximadamente 15 a 20 segundos.

Los **Spray** se aplican con los envases en posición vertical; se rocía en las superficies limpias durante 3 o 4 segundos desde una distancia de 15 a 20 cm. Deja reposar hasta que seque. Aunque son en aerosol, es importante destacar que deben usarse en superficies y áreas de constante contacto. Ojo: no se trata de desinfectantes ambientales.

Ahora veremos algunas características de cada tipo de antibacterial.

Algunos **jabones antibacteriales**, tanto líquidos como en barra, contienen como ingrediente activo principal el triclosán. El triclosán es un potente agente antibacteriano y fungicida (combate hongos). Se trata de un compuesto químico (derivado fenólico) que actúa al producir daños en la pared celular de los microorganismos. ¿Es bactericida? Definitivamente, pero hay poca información sobre su actividad en barras de jabón al 1% y en preparaciones líquidas al 0.5%. En el mercado, varios geles antibacteriales contienen, además de alcohol, triclosán. Otro ingrediente activo usado también en jabones es la triclorocarbanilida, comúnmente conocida como “triclocarban”, que tiene mayor efectividad contra bacterias, pero menor frente a hongos. Sin embargo, no todos los jabones que se dicen antibacteriales contienen ingredientes activos con poder antimicrobiano; muchos solamente contienen detergente que, de ninguna manera es igual de efectivo para combatir a los microorganismos. A diferencia de los jabones normales, los productos

antibacteriales tienen mayor eficacia al adicionar un agente activo antibacterial. En todo caso, se deben leer con cuidado la lista de ingredientes del producto.

El **gel antibacterial** es un excelente desinfectante para la piel (la mayoría es usado solo en manos pero hay unos que se pueden usar en muchas partes del cuerpo). Su ingrediente permite la eliminación en cuestión de segundos de hongos, bacterias y otros seres microscópicos. Gracias a la glicerina contiene humectantes para evitar la resequeidad de la piel.

El **Spray** funciona con una eficiencia biocida al 100% en bacterias y hongos, no necesita enjuague, contiene sustancias que hidratan y humectan las manos, su uso diario mantiene las manos libres de gérmenes y destruye los gérmenes en menos de 15 segundos.

Mecanismos de resistencia a los antisépticos y desinfectantes

En la actualidad se ha obtenido un avance considerable en la comprensión de la respuesta de las bacterias a los bactericidas. La resistencia puede ser una propiedad natural de un organismo (intrínseca) o conseguida por mutación o adquisición de plásmidos (autorreplicación, ADN extracromosómico) o transposones (cromosomal o integrado en plásmidos, cassettes de ADN transmisibles). Los genes de resistencia naturales en plásmidos, se originan como mutaciones puntuales en los genes blanco (sitios de inserción de los genes de resistencia) de bacterias susceptibles y también de genes que les proveen protección contra otras bacterias. La resistencia intrínseca se ha demostrado para bacterias gramnegativas, esporas bacterianas, micobacterias y bajo ciertas condiciones en especies del género *Staphylococcus*.

Pretendemos probar que no todos los antibacteriales que elegimos funcionan tal y como su presentación lo dice, demostrando mediante las pruebas recolectadas de 4 antibacteriales aplicados a 5 personas que al menos uno de ellos funciona mejor que el resto.

METODOLOGÍA

Metodología matemática

Para la comparación de nuestras medias usaremos un diseño completamente al azar (DCA), dado que estamos considerando únicamente dos fuentes de variabilidad: los tratamientos y el error aleatorio.

El elemento Y_{ij} en esta tabla es la j -ésima observación que se hizo en el tratamiento i ; n_i es el tamaño de la muestra o las repeticiones observadas en el tratamiento i .

Tabla 1. Tratamientos.

Tratamientos				
T_1	T_2	T_3	...	T_k
Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}	...	Y_{k1}
Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}	...	Y_{k2}
Y_{13}	Y_{23}	Y_{33}	...	Y_{k3}
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots
Y_{1n_1}	Y_{2n_2}	Y_{3n_3}	...	Y_{kn_k}

En caso de que los tratamientos tengan efecto, las observaciones Y_{ij} de la tabla anterior se podrán describir con el modelo estadístico lineal dado por:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}.$$

Dónde μ es el parámetro de escala común a todos los tratamientos, llamado *media global*, τ_i es un parámetro que mide el efecto del tratamiento i y ε_{ij} es el error atribuible a la medición Y_{ij} . La diferencia que deben tener las medias entre sí para concluir que hay un efecto (que los tratamientos son diferentes), nos lo dice el análisis de varianza (ANOVA). (ANOVA) es la técnica central en el análisis de datos experimentales. La idea general de esta técnica es separar la variación total en las partes con las que contribuye cada fuente de variación en el experimento.

Una medida de la variabilidad total presente en las observaciones de la tabla 1 es la **suma total de cuadrados** dada por:

$$SC_T = SC_{TRAT} + SC_E$$

Los datos generados por un diseño completamente al azar para comparar dichas poblaciones se pueden escribir como en la tabla siguiente:

Tabla 2. ANOVA.

<i>FV</i>	<i>SC</i>	<i>GL</i>	<i>CM</i>	F_0	Valor- <i>p</i>
Tratamientos	$SC_{TRAT} = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i.}^2}{n_i} - \frac{Y_{..}^2}{N}$	$k - 1$	$CM_{TRAT} = \frac{SC_{TRAT}}{k - 1}$	$\frac{CM_{TRAT}}{CM_E}$	$P(F > F_0)$
Error	$SC_E = SC_T - SC_{TRAT}$	$N - k$	$CM_E = \frac{SC_E}{N - k}$		
Total	$SC_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N}$	$N - 1$			

En esta tabla, las abreviaturas significan lo siguiente: *FV* = fuente de variabilidad (efecto), *SC* = suma de cuadrados, *GL* = grados de libertad, *CM* = cuadrado medio, F_0 = estadístico de prueba, valor-*p* = significancia observada.

Donde si obtenemos $F_{CAL} > F_{TAB}$ entonces la hipótesis nula, que supone $H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_K = \mu$. Se rechaza; esto quiere decir que hay al menos una $\mu \neq 0$.

Si la hipótesis nula se rechaza es necesario recurrir a una prueba de rangos múltiples, para conocer la media (s) que presentan un comportamiento significativo.

Metodología química

Se realizó un estudio sobre diferentes tipos de antibacteriales. Dentro de esta población las muestras fueron elegidas entre los antes mencionados existentes en el mercado. Para esto se eligieron 6 centros comerciales de los más visitados y de diferentes zonas de la ciudad de Durango durante la semana del 6 al 10 de abril. De acuerdo a los más abundantes en los sitios antes mencionados, más accesibles respecto al precio y que aseguraran matar el 99.9% de las bacterias elegimos los siguientes:

- Jabón líquido marca blumen, con lote LO707 envasado el día 3 de marzo de 2015.
- Jabón de barra marca escudo, no se tienen datos porque se borraron del empaque.
- Gel antibacterial marca jaloma, con lote 1078608 caducidad febrero de 2017.
- Jabón de espuma marca dial, no se tienen datos porque durante la toma de datos se perdió la etiqueta.

Como criterios de inclusión se tuvieron en cuenta: que las personas a las que se les aplicaron los tratamientos fueran estudiantes de la zona sur de la UJED tomando en cuenta que están en contacto con lugares y objetos similares; por lo que el tipo de bacterias al que se está expuesto es también de comportamiento similar. Por lo cual participaron del estudio 5 estudiantes de sexo femenino, en un rango de edad de 22 a 28 años. Se estableció una muestra de 4 antibacteriales por las razones expuestas en el párrafo anterior.

Para recolectar la información necesaria solicitamos un laboratorio para hacer cultivos de bacterias. Por lo cual pedimos el apoyo de la facultad de ciencias químicas para llevar a cabo nuestra recolección de datos. Para realizar los cultivos de bacterias necesitamos el siguiente material: micropipetas, mechero, guante, cajas Petri, hisopos esterilizados, caldo y agar nutritivo, tubos de ensayo, matraces y asas bacteriológicas.

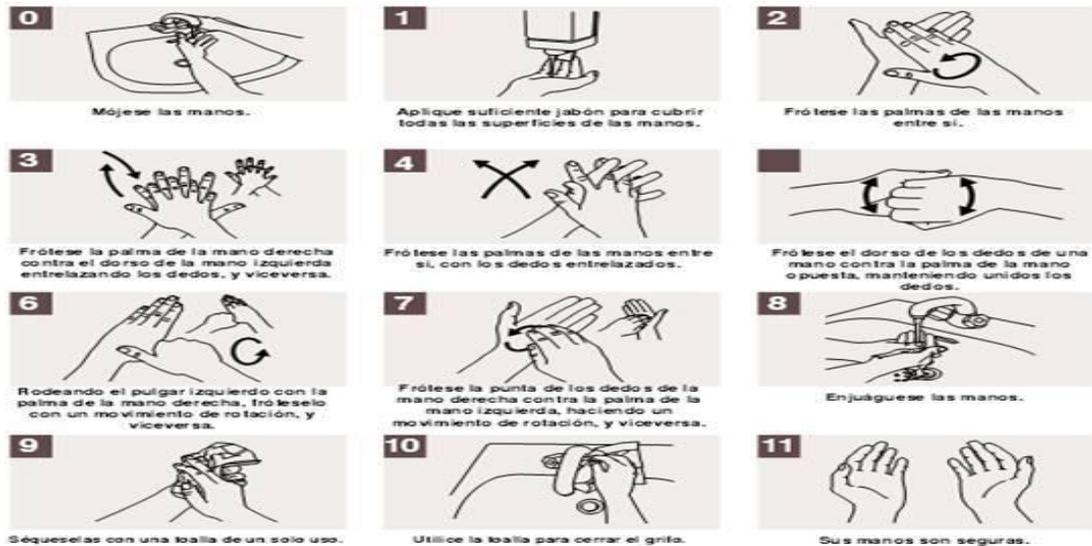
EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA

Para escoger el orden de aplicación de los tratamientos hicimos un sorteo por urna, donde a cada persona se le asignó un antibacteriales diferente. Posteriormente se hizo la preparación para cultivar las bacterias en el laboratorio de microbiología de la facultad de ciencias químicas.

Se prepararon 8gr de agar nutritivo (que como su nombre lo dice es necesario para que las bacterias recolectadas logren sobrevivir y reproducirse dentro de las cajas Petri) diluido en 1 litro de agua destilada, esterilizamos las cajitas para evitar la contaminación con bacterias externas del ambiente. Llenamos 30 cajitas con el agar nutritivo esto fue dentro de la campana luminar, que nos permite también mantener estéril todo lo que este dentro de ella. Luego llenamos 30 tubos de ensayo con caldo nutritivo a cada uno se le puso 2ml de caldo, esto para recolectar las bacterias directamente de las manos y posteriormente ponerlas en el agar para su cultivo.

Después de tener listos nuestros materiales procedimos a tomar las muestras. Numeramos las personas del uno al 5 con base en el sorteo anterior, el procedimiento fue el siguiente:

1. A cada persona se le indico que se lavara las manos con jabón neutro, para evitar alguna bacteria de otro tipo. La técnica de lavado de manos fue la siguiente y la misma para las 5 personas del experimento:



2. se les indicó meter ambas en un bote de agua, que previamente se ensucio con un pedazo de tela utilizado para limpiar las mesas del laboratorio y un poco de polvo recogido del suelo. Cada persona mantuvo sus manos en el agua durante un minuto.
3. Utilizando un hisopo estéril tomamos la muestra bacteriológica de las manos; inmediatamente después de que el hisopo hiciera contacto con la superficie contaminada lo introdujimos al caldo nutritivo. A estas muestras las llamamos control.
4. Dejamos que las manos secan dos minutos sin tocar ninguna cosa, luego aplicamos el tratamiento indicado por el sorteo antes mencionado. Siguiendo las indicaciones de aplicación que cada antibacterial contiene.
5. Una vez recolectados las 24 muestras vaciamos con una micropibeta, un milímetro de caldo nutritivo en el agar, agregando perlas de cristal previamente esterilizadas para que la solución se homogenizara.
6. Una vez que las perlas estuvieron dentro se agito con cuidado la caja Petri durante aproximadamente 30 segundos, transcurrido este tiempo sacamos las perlas y cerramos cada caja, etiquetando el tratamiento aplicado.

7. Las 24 cajas ahora con nuestros cultivos de bacterias, fueron forradas con hule. Y colocadas en un refrigerador para evitar el contacto con cosas contaminadas durante 24 horas, las necesarias para que las colonias pudieran ser contabilizadas.

*Cabe resaltar que todo lo indicado del paso 3 al 8 se hizo cerca de un mechero encendido, esto para evitar la entrada de alguna bacteria ajena al experimento.

RESULTADOS

La tabla de datos recolectados es la siguiente:

Tabla 3. Datos recolectados.

		Control	Tratamiento	Bacterias eliminadas
Persona Uno	Espuma	113	10	103
	Gel	113	31	82
	Líquido	113	108	5
	Barra	113	83	30
Persona dos	Espuma	4	0	4
	Gel	4	3	1
	Líquido	4	4	0
	Barra	4	3	1
Persona tres	Espuma	432	7	425
	Gel	432	245	187
	Líquido	432	406	26
	Barra	432	25	407
Persona cuatro	Espuma	54	14	40
	Gel	54	10	44
	Líquido	54	6	48
	Barra	54	5	49
Persona cinco	Espuma	6	2	4
	Gel	6	4	2
	Líquido	6	6	0
	Barra	6	5	1

Algunos controles difieren mucho en tamaño y para que el rango de los datos fuera similar transformamos la cantidad de bacterias eliminadas en porcentaje con respecto a las bacterias iniciales totales.

Tabla 4. Porcentaje de cantidad de bacterias eliminadas.

	Espuma	Gel	Líquido	Barra
1	0.911	0.725	0.044	0.265
2	1	0.25	0	0.25
3	0.983	0.432	0.06	0.9421
4	0.74	0.814	0.88	0.907
5	0.333	0.666	0	0.166

Para darnos cuenta si en realidad un antibacterial tiene un efecto significativo que los demás, hicimos un Análisis de Varianza (ANOVA) con un solo factor con las siguientes hipótesis planteadas.

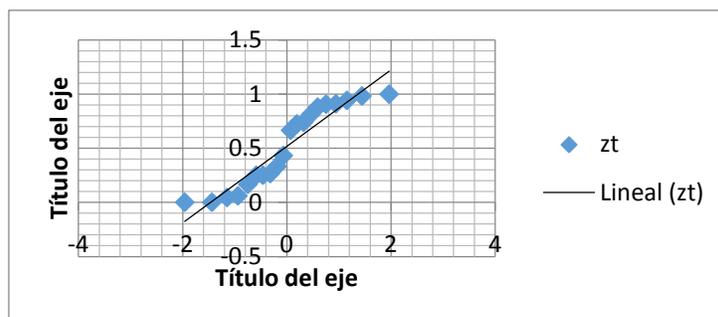
$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_n$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \text{ para alguna } i \neq j$$

Para comprobar la validez de los resultados obtenidos verificamos los supuestos del modelo: normalidad, independencia y varianza constante.

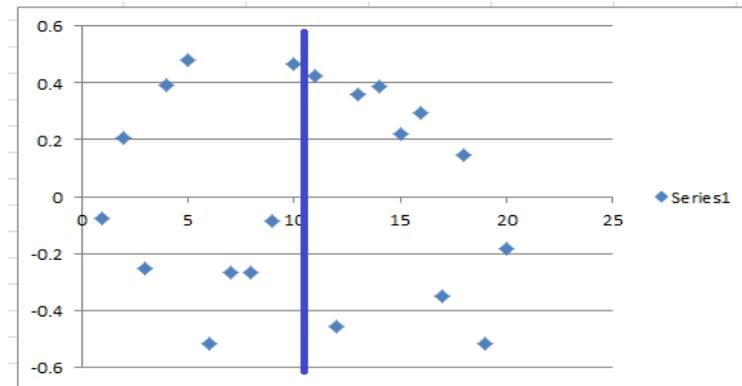
Normalidad

Gráfica 1. Normalidad



Independencia

Gráfica 2. Independencia.



Varianza constante

$$H_0: \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_n$$

$$H_1: \sigma_i \neq \sigma_j \text{ para alguna } i \neq j$$

Obtuvimos $X_0^2 = 0.4425$ y $X_{(0.05,3)}^2 = 12.83$ como $X_{(0.05,3)}^2 > X_0^2$ entonces podemos concluir con que no podemos rechazar H_0 por consecuencia afirmamos que no existe evidencia para demostrar que al menos una varianza es diferente significativamente a las demás.

Prueba gráfica

Gráfica 3. Prueba Gráfica.

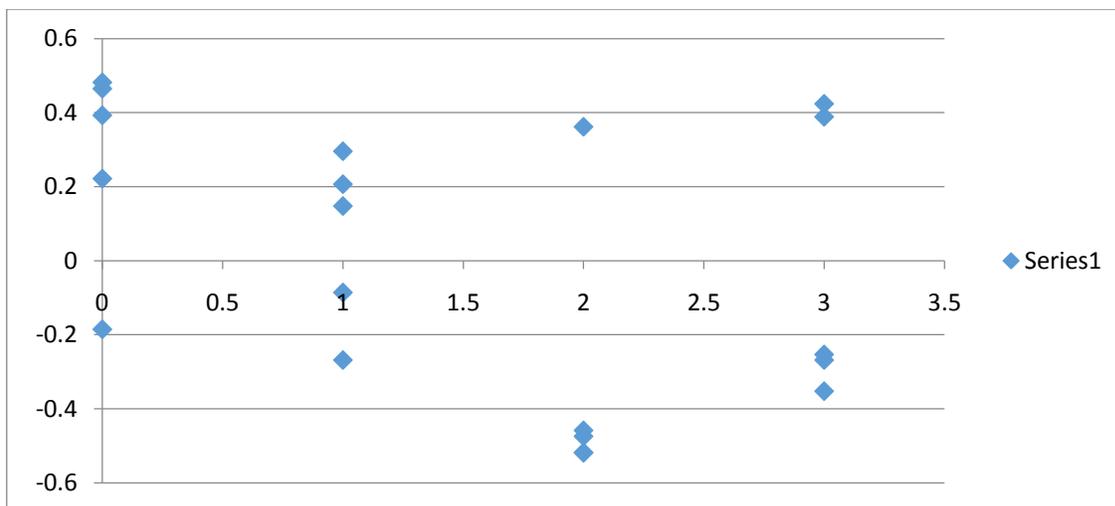


Tabla 5. ANOVA (Resultados)

		Fuente del error		Grados de libertad	C.M	F. calculada
Tratamiento		0.9134		3	0.3044	2.8695
Error aleatorio	1.6977	16	0.1061			
Error total	2.611	19				

Mediante la prueba anterior obtuvimos $F_{cal} = 2.8695$ y $F_{(3,16,0.05)} = 3.271$ como $F_{cal} < F_{(3,16,0.05)}$ por tal motivo no podemos rechazar la H_0 , no existen suficientes evidencias estadísticamente hablando para decir que alguno de los antibacteriales anteriores actúa con mayor efecto.

Ilustración 1. Imágenes del momento en que se realizó el experimento en la Facultad de Ciencias Químicas de la UJED.



DISCUSIÓN

Los principales hallazgos de esta investigación dan cuenta que el jabón de espuma tuvo mayor efecto al momento de la eliminación de bacterias. Sin embargo el análisis estadístico nos mostró que no existe una diferencia importante entre el jabón de espuma y los demás.

De cualquier manera si se comparan los resultados obtenidos en esta investigación con el documento de Profeco sobre antibacteriales, en el que menciona que los más efectivos son los geles con 70% alcohol podemos diferir en ello, pues como mencionamos en el párrafo anterior el antibacterial que sobresalió, matando la mayor parte de bacterias fue el jabón en espuma.

Podemos incluir que durante la toma de los datos en dos de las personas que participaron de nuestro experimento, la aparición de colonias bacteriológicas en comparación con las otras tres fue excesiva teniendo por ejemplo un control de 432 colonias comparado con una de Suponemos que estas diferencias tuvieron que ver con que las dos personas que presentaron muchas bacterias estuvieron en contacto con pastillas sanitizantes y probablemente esto influyo al momento de la toma de datos, sin embargo como dijimos esto no es más que una suposición, pero valdría la pena hacer otro estudio considerando este factor.

Otro dato que consideramos importante para hacer mención fue que al momento de comenzar la recolección de bacterias para los cultivos, él encargado de supervisar y apoyar el proceso microbiológico nos indicó tomar solamente un control por persona para los cuatro tratamientos. Posiblemente al momento de repetir el experimento y tomar un control antes de cada tratamiento los resultados varíen.

De igual manera al momento del análisis de varianza la diferencia para rechazar nuestra hipótesis fueron de 0.4, por lo que decidimos hacer un estudio tomando las personas como otro posible factor de influencia, De cualquier manera en este estudio las personas no influyeron notoriamente, pero los tratamientos analizados de esta forma nos muestran ahora diferencias relevantes. Podemos decir que esto se debe a que algún tratamiento actúa de forma distinta en alguna persona. Suponemos que puede ser el jabón líquido ya que según los datos recolectados fue el que tuvo la peor actuación porque a pesar de que las pruebas no arrojan grandes diferencias, en 4 de las 5 personas la eliminación de bacterias por parte de este fue deficiente. Sin embargo en una de ellas tuvo una eliminación de 0.88, muy por encima de los otros 3 datos, esto nos lleva a pensar que se pudo cometer un error al

momento de recolectar el dato, lo más recomendable es repetir la toma de la muestra pero por cuestiones superiores nos fue difícil en esta ocasión. (Después de la anova)

CONCLUSIONES:

Podemos concluir con que a pesar que los resultados no fueron significativos ya que nuestra $F_{cal} = 2.8695$ y $F_{(3,16,0.05)} = 3.271$ entonces $F_{cal} < F_{(3,16,0.05)}$, por lo cual no existe suficiente evidencia para rechazar nuestra hipótesis esto quiere decir que no hubo un antibacterial que tuviera un efecto superior relevantes. Sin embargo el que nosotros consideramos mejor fue el jabón de espuma pues tuvo la mayor media con 0.7934, en base a estas medias también podemos concluir que la actuación del jabón en barra y el gel son similares con 0.54 y 0.57 respectivamente y el de peor actuación resulto ser el jabón líquido con media 0.19. Por lo que recomendamos el uso de los jabones de espuma en lugar de los líquidos.

BIBLIOGRAFÍA

Case, G. J. (s.f.). *Introducción a la Microbiología*. Panamericana.

El laboratorio PROFECO presenta. (22 de Marzo de 2010). Obtenido de La verdad sobre los arranca gérmenes: <http://www.consumidor.gob.mx/wordpress/wp-content/uploads/2012/03/Antibacteriales.pdf>

Epstein, D. (29 de abril de 2009). *Brotos de gripa en México y en los Estados Unidos*. Obtenido de http://www.paho.org/hq/index.php?option=com_content&view=article&id=1259&Itemid=1&lang=es

FDA, A. I. (2014). Los jabones antibacteriales no serían tan eficientes. *El comercio*.

Gutiérrez Pulido Humberto, R. d. (s.f.). *Análisis y diseño de Experimentos*. Mc Graw Hill.

Mercola, D. J. (23 de marzo de 2014). *Porque eliminar el jabón antibacterial es buena idea*. Obtenido de

<http://articulos.mercola.com/sitios/articulos/archivo/2014/12/03/triclosan-en-jabones-antibacteriales.aspx>

Salud, O. M. (2009). *Programa de control de infecciones*. Obtenido de

http://www.who.int/csr/resources/publications/swineflu/gpsc_5may_How_To_HandWash_Poster_es.pdf

SOLUCIÓN DE ECUACIONES DE UNA VARIABLE: ESCALERA CON CAJÓN Y RUTA OBLIGADA DE LONGITUD MÍNIMA

Autores: Fernando Fidel Ruíz Pérez, Mario Esteban Hernández Rosso, Rafaela Guadalupe Reyes Ochoa. **Asesor:** Dra. Alicia López Betancourt.

fefy_chapis@hotmail.com, darkpato12@gmail.com, rare.pv@hotmail.com

Nivel educativo: Superior, **Categoría:** Análisis Numérico.

Palabras clave: Escalera, Ruta, Newton, Secante, Bisección.

Resumen: Aunque la fórmula cuadrática es útil para resolver la ecuación $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ existen muchas funciones donde las raíces no se pueden determinar tan fácilmente. En tales casos los métodos numéricos proporcionan medios eficientes para obtener la respuesta y eso es lo que haremos con el problema de “Escalera con cajón” y “Ruta obligada de longitud mínima” donde usaremos el método de Newton, secante y bisección y diremos cuál método es el que nos da como resultado una mejor aproximación para cada caso.

INTRODUCCIÓN

Desde hace años se aprendió a usar la fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Para resolver

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$$

Aunque la fórmula cuadrática es útil para resolver la ecuación, $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ existen muchas funciones donde las raíces no se pueden determinar tan fácilmente. En tales casos la única alternativa es una técnica con solución aproximada.

MARCO TEÓRICO

Un método para obtener una solución aproximada consiste en graficar la función y determinar donde cruza el eje de las x . aunque los métodos gráficos son útiles en la obtención de estimaciones de raíces, tiene el inconveniente de ser poco precisos. Un método alternativo es el de prueba y error. Esta técnica consiste en elegir un valor de x y evaluar si $f(x)$ es cero. Si no es así se hace otra elección y se evalúa nuevamente $f(x)$ para determinar el nuevo valor ofrece una mejor aproximación de la raíz.

Para esto entonces la mejor opción es utilizar métodos iterativos, como el método de Newton, el método de bisección y el método de secante.

METODOLOGÍA

Método de Bisección

El método de bisección, conocido también como corte binario, de partición de intervalos o de Bolzano, es un tipo de búsqueda incremental en el que el intervalo se divide siempre a la mitad. Si la función cambia de signo sobre un intervalo, se evalúa el valor de la función en el punto medio. La posición de la raíz se determina situándola en el punto medio del subintervalo, dentro del cual ocurre un cambio de signo. El proceso se repite hasta obtener una mejor aproximación.

Paso 1: elija valores iniciales inferior, x_l , y superior, x_u , que encierre la raíz, de forma tal que la función cambie de signo en el intervalo. Esto se verifica comprobando que:

$$f(x_l)f(x_u) < 0$$

Paso 2: una aproximación de la raíz x_r se determina mediante:

$$x_r = \frac{x_l + x_u}{2}$$

Paso 3: realice las siguientes evaluaciones para determinar en que subintervalo está la raíz:

- a) Si $f(x_l)f(x_u) < 0$, entonces la raíz se encuentra dentro del subintervalo inferior o izquierdo. Por lo tanto, haga $x_u = x_r$ y vuelva al paso 2.
- b) Si $f(x_l)f(x_u) > 0$, entonces la raíz se encuentra dentro del subintervalo superior o derecho. Por lo tanto, haga $x_l = x_r$ y vuelva al paso 2.
- c) Si $f(x_l)f(x_u) = 0$, la raíz es igual a x_r ; termina el cálculo.

Método de Newton

El método de Newton-Raphson es uno de los métodos numéricos más conocidos y poderosos para la resolución del problema de búsqueda de raíces de $f(x) = 0$. Hay por lo menos, tres maneras usuales de introducir el método de Newton, la más común es considerar la técnica gráficamente, otra posibilidad es la de derivar el método como una técnica simple para obtener una convergencia más rápida de las que ofrecen muchos otros tipos de iteración funcional. La tercera manera de introducirlo, es un enfoque intuitivo basado en el polinomio de Taylor:

$$\begin{aligned}
 p_n(x) &= f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \left(\frac{f''(x_0)}{2!}\right)(x - x_0)^2 + \dots + \left(\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}\right)(x - x_0)^n \\
 &= \sum_{k=1}^n \left(\frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}\right)k
 \end{aligned}$$

Supóngase que la función f es continuamente diferenciable dos veces en el intervalo $[a, b]$; o sea, $f \in C^2 [a, b]$. Sea $\bar{x} \in [a, b]$ una aproximación a p tal que $f'(\bar{x}) \neq 0$ y $|\bar{x} - p|$ es “pequeño”. Considere el polinomio de Taylor de primer grado para $f(x)$ alrededor de \bar{x}

$$f(x) = f(\bar{x}) + (x - \bar{x})f'(\bar{x}) + \frac{(x - \bar{x})^2}{2} f''(\xi(x))$$

Donde $\xi(x)$ está entre x y \bar{x} . Como $f(p) = 0$, la ecuación anterior, con $x = p$ nos da

$$0 = f(\bar{x}) + (p - \bar{x})f'(\bar{x}) + \frac{(p - \bar{x})^2}{2} f''(\xi(p))$$

El método de Newton se deriva suponiendo que el término que contiene a $(p - \bar{x})^2$ es despreciable y que:

$$0 \approx f(\bar{x}) + (p - \bar{x})f'(\bar{x})$$

Despejando p de esta ecuación da:

$$p \approx \bar{x} - \frac{f(\bar{x})}{f'(\bar{x})}$$

Lo cual debe ser una mejor aproximación a p que \bar{x} . Este prepara el terreno para el método de Newton-Raphson, que involucra el generar la sucesión $\{p_n\}$ definida por.

$$p_n = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})}{f'(p_{n-1})} \quad n \geq 1$$

Una variación del método de Newton-Raphson donde en vez de calcular la derivada de la función en el punto de estudio, teniendo en mente la definición de derivada, se aproxima la pendiente a la recta que une la función evaluada en el punto de estudio y en el punto de la

iteración anterior. Este método es de especial interés cuando el coste computacional de derivar la función de estudio y evaluarla es demasiado elevado, por lo que el método de Newton no resulta atractivo.

En otras palabras, el método de la secante es un algoritmo de la raíz de investigación que utiliza una serie de raíces de las líneas secantes para aproximar mejor la raíz de una función f . El método de la secante se puede considerar como una aproximación en diferencias finitas del método de Newton-Raphson. Sin embargo, este método fue desarrollado independientemente de este último.

$$f'(p_{n-1}) = \lim_{x \rightarrow p_{n-1}} \frac{f(x) - f(p_{n-1})}{x - (p_{n-1})}$$

Tomando $x = p_{n-2}$

$$f'(p_{n-1}) \approx \frac{f(p_{n-2}) - f(p_{n-1})}{p_{n-2} - p_{n-1}} = \frac{f(p_{n-1}) - f(p_{n-2})}{p_{n-1} - p_{n-2}}$$

Usando esta aproximación para $f'(p_{n-1})$ en la fórmula de Newton da

$$p_n = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})(p_{n-1} - p_{n-2})}{f(p_{n-1}) - f(p_{n-2})}$$

La técnica usando esta fórmula se llama **método de la secante**.

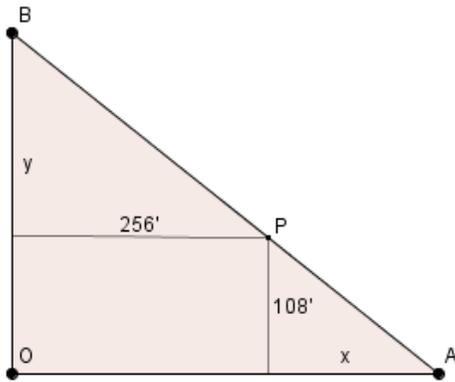
EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA

Ruta obligada de longitud mínima

Un cruce de dos carreteras perpendiculares entre sí, se va a modificar para tener un paso obligado junto a un monumento histórico ubicado en el punto P.

- 1.- ¿Cuál es la longitud mínima de la ruta recta AB que pase por P?
- 2.- ¿En dónde deben emplazarse los puntos de entronque A y B?

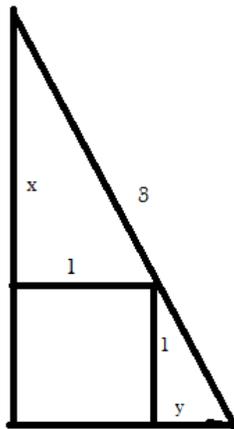
Figura 1. Cruce.



Escalera con cajón

Una escalera de 3 m de longitud descansa en el piso horizontal y en la pared vertical. En la esquina piso-pared se encuentra un cajón cúbico de un 1m de lado. La escalera apenas roza la esquina del cajón ¿A qué altura por arriba del cajón toca la escalera a la pared? Sean x la altura buscada.

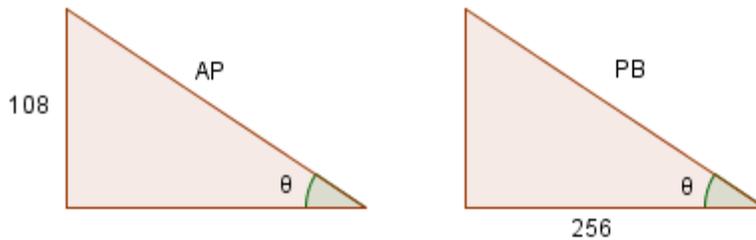
Figura 2. Escalera apoyada en un cajón



RESULTADOS

Para encontrar la longitud mínima de AB primero hallaremos su ángulo. Sea θ el ángulo A entonces $A=AB=AP+PB$. Obsérvese la figura:

Figura 3. Proceso para encontrar el ángulo θ .



(El ángulo es el mismo por triángulos semejantes).

De donde

$$\csc\theta = \left(\frac{AP}{108}\right) \text{ y } \sec\theta = \left(\frac{PB}{256}\right)$$

$$\text{Así } L = 108\csc\theta + 256\sec\theta$$

Derivamos L para encontrar un ángulo que minimice la longitud

$$\begin{aligned} \left(\frac{dL}{d\theta}\right) &= -108\csc\theta\cot\theta + 256\sec\theta\tan\theta = -108\left(\frac{1}{\sin}\right)\left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right) + 256\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right) \\ &= \left(\frac{-108\cos^3\theta + 256\sin^3\theta}{\sin^2\theta\cos^2\theta}\right) \end{aligned}$$

Para minimizar L , la derivada se iguala a cero

$$\left(\frac{dL}{d\theta}\right) = -108\cos^3\theta + 256\sin^3\theta = 0, \tan^3\theta = \left(\frac{108}{256}\right) = \left(\frac{27}{64}\right), \tan\theta = \left(\frac{3}{4}\right)$$

Por triángulos semejantes podemos elegir ángulo θ , cateto opuesto= 3, cateto adyacente= 4, hipotenusa= 5, entonces

$$L_{\{min\}} = 108\csc\theta + 256\sec\theta = 108\left(\frac{5}{3}\right) + 256\left(\frac{5}{4}\right) = 500$$

Lo cual responde la primera pregunta.

Ahora, con semejanza de triángulos

$$\left(\frac{y}{256}\right) = \left(\frac{108}{x}\right), y = \left(\frac{27648}{x}\right)$$

Y con el teorema de Pitágoras

$$(x + 256)^2 + (y + 108)^2 = 500^2$$

$$(x + 256)^2 + \left(\left(\frac{27648}{x}\right) + 108\right)^2 = 500^2$$

El cual se reduce al polinomio

$$x^4 + 512x^3 - 172800x^2 + 5971968x + 764411904 = 0$$

Cuya raíz positiva es

$$x = 144', \text{ de donde } y = \left(\frac{27648}{x}\right) = \left(\frac{27648}{1444}\right) = 192'$$

Se tiene que

$$OA = 256 + x = 400$$

y

$$OB = 108 + y = 300$$

Por lo tanto:

El punto A se localiza a 400' a la derecha del crucero O.

El punto B se localiza a 300' arriba del crucero O.

Escalera con cajón

La distancia entre el cajón y la escalera, es, por triangulación:

$$\frac{x}{1} = \frac{1}{y}, \quad y = \frac{1}{x}$$

El cuadro de la longitud de la escalera es

$$(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$$

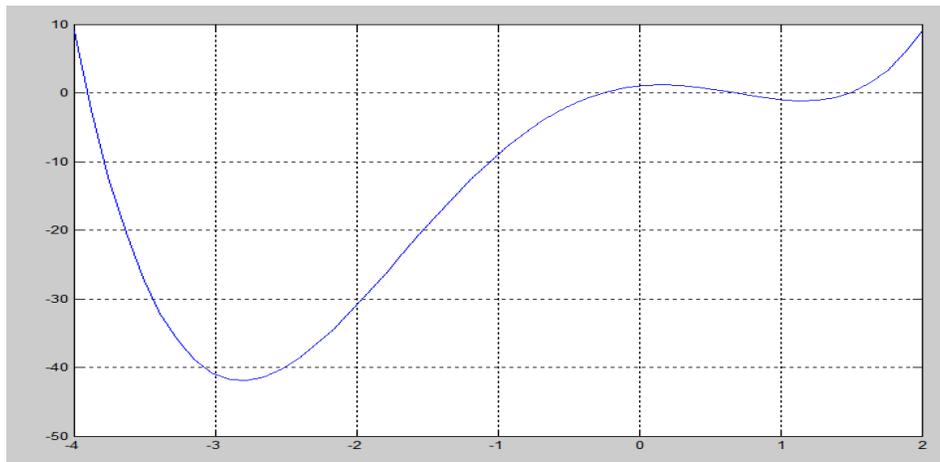
$$(x + 1)^2 + \left(\frac{1}{x} + 1\right)^2 = 9$$

Multiplicando por x^2 y simplificando, resulta la ecuación cuadrática

$$X^4 + 2x^3 - 7x^2 + 2x + 1 = 0.$$

La raíz debe ser mayor que 1. De la gráfica 1 se toma un valor inicial de $x = 1.5$ en el proceso.

Gráfica 1. Escalera con cajón:



$$X^4 + 2x^3 - 7x^2 + 2x + 1 = 0.$$

$$X = 1.4921m$$

$$y = \frac{1}{x} = \frac{1}{1.4921} = 0.6706m$$

CONCLUSIONES

Del análisis de los métodos numéricos expuestos en este documento se concluye que existe una gran variedad de métodos para los diferentes problemas de resolución de ecuaciones y sistemas matemáticos, según su naturaleza. Muchas veces se tiene que para un determinado

problema, el método utilizado no converja, por lo que es recomendable probar con otro con características similares en busca de una aproximación a la solución de la ecuación o sistema que se busca resolver. La importancia de tener conocimientos sobre las características de cada uno radica en saber cuál método aplicar a determinado problema y encontrar así la mejor aproximación a la solución buscada.

BIBLIOGRAFÍA

García Gómez, Daniel. *Cálculo Numérico y Aplicaciones* (2009). Escalera con cajón y Ruta Obligada de longitud mínima. (pág. 50 y 70). Saltillo Coahuila: Cima.

CRECIMIENTO PORCENTUAL ECONÓMICO.

Autores: Grecia Chávez Cisneros, Karla Yaneth Hinojosa Martínez. **ASESOR:** Dra. Alicia López Betancourt.

grecia.jy@hotmail.com, mhky_00@hotmail.com

Nivel educativo: Superior, **Categoría:** Análisis numérico

Palabras clave: Interpolación, economía, aproximación.

Resumen: En el presente trabajo se estudian los datos económicos del Estado de Durango (Crecimiento Porcentual), durante los últimos veintiún años, información que fue tomada de la base de datos existente en la página de internet del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI); los datos serán tomados con periodos anuales desde 1992 al 2013 con respecto al año anterior inmediato, para un total de veintiún puntos. Se realizó un ajuste de los datos a través de métodos de interpolación.

INTRODUCCIÓN.

Interpolación.

La interpolación permite calcular de manera aproximada los valores de la función $f(x)$, y consiste en sustituir la función $f(x)$ a aproximar por otra función $g(x)$ que pudiera convenir por razones de simplicidad.

Economía

Según Federico Engels ‘La economía es la ciencia que se encarga del estudio de la satisfacción de las necesidades humanas mediante bienes que siendo escasos tienen usos alternativos entre los cuales hay que optar’.

OBJETIVO

Determinar el desarrollo económico en el Estado en los últimos años, notando los cambios desde 1992 hasta 2013; con este proyecto se dará a conocer de forma certera el desarrollo que se ha tenido durante los últimos 21 años.

Este proyecto nos ayuda a comprobar la eficacia de los métodos de interpolación ya establecidos, cuestión que, como estudiantes de las matemáticas aplicadas, es de mucho interés cuando estos métodos teóricos son aplicados en la vida cotidiana.

MARCO TEÓRICO.

Analizar los datos del crecimiento económico enfocados en el desarrollo o atraso que ha tenido el estado los últimos veintiún años en función de los datos disponibles en INEGI.

Mínimos Cuadrados.

El método de mínimos cuadrados consiste en encontrar una función analítica sencilla que represente el comportamiento general de los datos, aunque la curva no pase por todos los puntos en cuestión. Esta ecuación debe satisfacer la condición de minimizar la suma de las desviaciones del comportamiento de cada par de datos discretos con respecto al comportamiento del modelo propuesto.

En el método de Neville.

Se utiliza para evaluar el polinomio interpolador en un punto, construyendo una sucesión de los valores de los polinomios de grados crecientes, que van interpolando cada vez más puntos.

El método de Lagrange.

Permite, con una cantidad determinada de puntos (pares ordenados a los que la curva debe ajustarse), aproximar un polinomio de grado $n-1$, donde n es el número de puntos que se tienen inicialmente, mediante el cual podemos aproximar la correspondencia de determinados puntos desconocidos.

Concepto de economía.

El concepto de economía deriva del griego y significa ‘administración de una casa o familia’. Es la disciplina que estudia las relaciones de producción, intercambio, distribución y consumo de bienes y servicios, analizando el comportamiento humano y social en torno a estas.

Campo de estudio

Los campos prácticos directamente relacionados con las actividades humanas que implican la producción, la distribución, el cambio y el conjunto de bienes y servicios en conjunto, campos de ingeniería, entre otras.

La economía cuenta con diferentes ramas como, agrícola, industrial, laboral, social, nacional, internacional, etc.

Este proyecto estará basado en la economía nacional que se enfoca en el estudio de los agregados macroeconómicos también llamados cuentas nacionales o contabilidad nacional, que abarca los aspectos de producción nacional, ingreso nacional, cuentas de capital y producto.

METODOLOGÍA.

Usaremos los Métodos de Interpolación conocidos para aproximar valores en el rango del tiempo estudiado.

EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA.

Con la información que reuniremos podremos hacer una aproximación polinomial que pueda ser utilizado para conocer el crecimiento económico que hubo durante el periodo de estudio; mediante las interpolaciones que realizaremos mediremos la eficacia de los métodos trabajados, tomando como teoría el comportamiento normal de los factores que interfieren en desarrollo económico.

En base a la elaboración de los polinomios de interpolación por los métodos de Mínimos Cuadrados, Neville y Lagrange, se hará una comparación, de resultados, para determinar cuál de los métodos es más eficaz.

RESULTADOS.

Una vez que reunimos los datos y siguiendo los lineamientos establecidos en este proyecto realizamos las siguientes interpolaciones

Tabla 1. Datos correspondientes al porcentaje de crecimiento económico de Durango.

Periodo	Porcentaje de Crecimiento Económico	Periodo	Porcentaje de Crecimiento Económico
1	22.72	12	1.56
2	15.87	13	7.03
3	13.56	14	12.65
4	150.16	15	14.10
5	30.41	16	16.70
6	46.85	17	24.73
7	29.80	18	-7.78
8	25.11	19	10.91
9	18.72	20	2.24
10	5.42	21	14.44
11	17.43		

Mínimos cuadrados.

Usando el software Excel, hacemos los cálculos que se requieren para construir el sistema de ecuaciones que se indica en el Método de Mínimos Cuadrados.

Una vez que se han hecho los cálculos necesarios, construimos el siguiente sistema de ecuaciones, mismo que resolvemos con ayuda de *Scientific*; con estos nuevos resultados se construye el polinomio interpolador de grado 4 por este método.

$$\begin{aligned}
 f917147 + d16417401 + c302221931 + b5678375241 + a108364000000 &= 9090283.72 \\
 f53361 + d917147 + c16417401 + b302221931 + a5678375241 &= 560813.11 \\
 f3311 + d53361 + c917147 + b16417401 + a302221931 &= 39459.50 \\
 f231 + d3311 + c53361 + b917147 + a16417401 &= 3554.37 \\
 21f + d231 + c3311 + b53361 + a917147 &= 472.62
 \end{aligned}$$

Solution is: $[a = -1.0853 \times 10^{-2}, b = 0.52254, c = -8.2988, d = 45.579, f = -24.183]$
 $P(x) = -1.0853 \times 10^{-2}x^4 + 0.52254x^3 - 8.2988x^2 + 45.579x - 24.183$

Usando el software MATLAB (debido a que en *Scientific* y *Geo-Gebra*, no fue posible visualizar la gráfica), encontramos los valores aproximados del polinomio, para los años 0 a 21; es decir 1992 a 2013, e hicimos la construcción de la gráfica.

```
>> X=linspace(0,21,21);
>> Z=-0.01085*(X.^4)+0.52254*(X.^3)-8.2988*(X.^2)+45.579*(X)-29.18

Z =

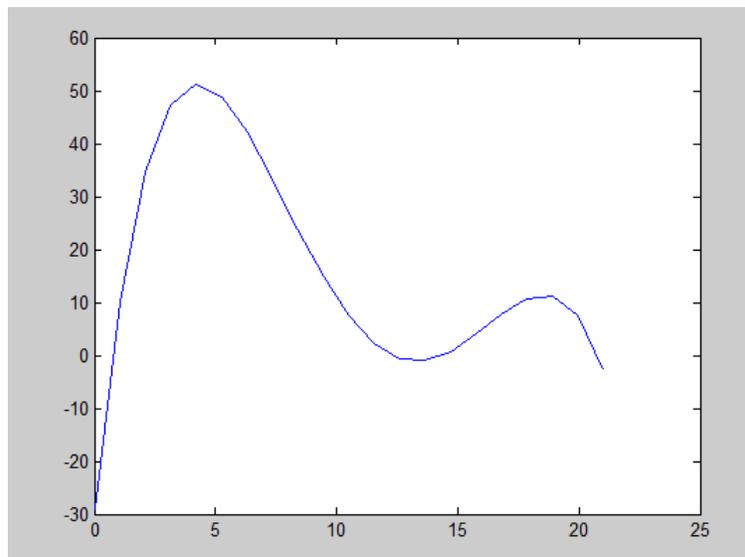
Columns 1 through 9
-29.1800    10.1202    34.5664    47.3132    51.1987    48.7446    42.1559    33.3213    23.8128

Columns 10 through 18
 14.8859    7.4797    2.2168   -0.5970   -0.9721    0.7644    3.9690    7.6816   10.6256

Columns 19 through 21
 11.2079    7.5188   -2.6677

1
```

Gráfica 1.



(Nota: Se intentó aproximar un polinomio de grado 6 por el método de Mínimos Cuadrados, pero el error era demasiado grande)

Método de Neville.

Utilizando Excel realizamos los cálculos necesarios para obtener una aproximación en el año 9 (2001), interpolando los 21 datos.

Con el apoyo de Excel realizamos los cálculos necesarios para obtener una aproximación en el año 9 (2001), interpolando únicamente 7 datos correspondientes a los trienios que se encuentran dentro de nuestro periodo de estudio.

Tabla 3. Interpolación por método de Neville con siete datos

Trienios	Porcentaje							
1	61.47							
4	379.07	908.391073						
7	92.80	-98.038526	-433.51506					
10	25.72	48.0819828	23.7285648	-27.076282				
13	37.57	21.7722767	39.3120808	32.3860737	12.5652884			
16	34.24	42.0066414	18.3998826	34.6649256	33.3355953	23.6427854		
19	29.76	44.6819924	40.2230741	15.9750835	31.549952	32.7403809	27.6861612	

Método de Lagrange.

El método interpolador de Lagrange usando los 21 datos, tenemos valores exactos; ya que los valores que aproximamos están dentro del rango de estudio y debido a la construcción del método el único valor que se toma para éste, es el del dato de aproximación.

Ahora, usando los 7 datos correspondientes a los trienios encontramos una aproximación de 27.68%.

Tabla 5. Interpolación de Lagrange con siete datos

Trienios	porcentaje	$x-x_i$	L0	L1	L2	L3	L4	L5	L6
1	61.47	8	0	3	6	9	12	15	18
4	379.07	5	-3	0	3	6	9	12	15
7	92.80	2	-6	-3	0	3	6	9	12
10	25.72	-1	-9	-6	-3	0	3	6	9
13	37.57	-4	-12	-9	-6	-3	0	3	6
16	34.24	-7	-15	-12	-9	-6	-3	0	3
19	29.76	-10	-18	-15	-12	-9	-6	-3	0

Aproximación	27.68616117	0.00533455	-0.0512117	0.32007316	0.85352843	-0.1600366	0.03657979	-0.0042676
		0.32792914	-19.412671	29.7039768	21.9537062	-6.0121976	1.25243345	-0.127016

CONCLUSIONES

Teóricamente el método interpolador que tiene mejor aproximación es el de Mínimos Cuadrados, seguido por Lagrange y Neville.

En los procedimientos que realizamos encontramos que Lagrange es exacto si tomamos todos los puntos, sin embargo cuando tomamos una menor cantidad de puntos a intervalos de tres años, la aproximación tiene un error de 8.96%.

Mínimos cuadrados según las teorías tiene mejor aproximación cuanto mayor es el grado del polinomio; siguiendo esta teoría intentamos construir un polinomio de grado 6 y al notar que la aproximación tenía un error muy grande, realizamos los cálculos necesarios para el polinomio de grado 4 por este mismo método; fue evidente que el de grado 4 es una mejor aproximación para nuestro proyecto. El de Neville es un método de aproximaciones inexactas si se utilizan pocos puntos, esto según lo estudiado en clase, y en nuestro trabajo hemos comprobado que este no es un buen método de aproximación. En base a los resultados obtenidos encontramos que los métodos de interpolación no son exactos ni recomendables en los ámbitos referentes a la economía, debido a que las desviaciones entre los datos reales y los datos aproximados es muy grande, de esta manera podemos decir que para este caso la interpolación no muestra un panorama general del comportamiento de los datos y por esta razón no son eficaces para estimar valores fuera del rango de estudio.

BIBLIOGRAFÍA

Burden, R. L. (1988). *Análisis Numérico*. México: Grupo Editorial Iberoamerica.

Fernández, P. A. (25 de Mayo de 2015). *Métodos Numéricos: con aproximaciones en excel*.

Obtenido de <https://books.google.es/books?id=wXP3VzSa->

[HIC&pg=PA212&dq=Modelos+numericos:+con+aproximacioes+en+Excel&hl=es](https://books.google.es/books?id=wXP3VzSa-HIC&pg=PA212&dq=Modelos+numericos:+con+aproximacioes+en+Excel&hl=es)

[&sa=X&ei=Xk1mVdmKG9f-yQS-](https://books.google.es/books?id=wXP3VzSa-HIC&pg=PA212&dq=Modelos+numericos:+con+aproximacioes+en+Excel&hl=es)

[w4OoAw&ved=0CCIQ6AEwAA#v=onepage&q=Modelos%20numericos%3A%20](https://books.google.es/books?id=wXP3VzSa-HIC&pg=PA212&dq=Modelos+numericos:+con+aproximacioes+en+Excel&hl=es)

[con%20aproximacioes%20en%20Excel&f=false](https://books.google.es/books?id=wXP3VzSa-HIC&pg=PA212&dq=Modelos+numericos:+con+aproximacioes+en+Excel&hl=es)

Grau Sánchez, L. B. (25 de mayo de 2015). *Cálculo Numérico*. Obtenido de <https://books.google.es/books?id=kWME5KuYGpEC&printsec=frontcover&dq=calculo+numerico&hl=es&sa=X&ei=OE1mVbKkHon4yQSFw4KIBw&ved=0CCEQ6AEwAA#v=onepage&q=calculo%20numerico&f=false>

Méndez, S. (25 de Mayo de 2015). *Introducción a la economía*. Obtenido de <http://www.definicionabc.com/economia/economia.php>

FLOTAMIENTO DE ESFERAS

Autores: Juan M. Estrada Carrera, Jesús M. Carrillo Marrufo. **Asesor:** Dra. Alicia López Betancourt

juan_14_h@hotmail.com, mig_c9@hotmail.com

Nivel educativo: Superior, **Categoría:** Análisis numérico

Palabras clave: Arquímedes, esfera, líquido, material, densidad

Resumen: En este trabajo lo que se busca, es obtener de manera general el análisis del flotamiento de una esfera en cierto líquido, donde juega distintos papeles la densidad del mismo líquido e incluso el material de la esfera y principalmente se desea ilustrar el principio de Arquímedes, el teorema de Pitágoras, cálculo integral y métodos de solución de raíces aprendidas en la materia análisis numérico.

INTRODUCCIÓN

Flotamiento De Esferas.

Arquímedes fue un científico griego nacido en el año 287 a.C. (Sicilia).

Durante su tiempo de vida formuló muchos teoremas geométricos, aportando ideas básicas para el cálculo de áreas, que posteriormente fueron formalizadas a través de lo que ahora conocemos como cálculo integral.

Un descubrimiento no menos importante en Física es el llamado principio de Arquímedes, que establece:

‘Al sumergirse un cuerpo en un recipiente lleno de un líquido, dicho cuerpo recibirá un empuje hacia arriba igual al peso del líquido que desaloja dicho cuerpo del recipiente.’

Utilizando este principio físico, así como el teorema de Pitágoras, el cálculo integral y las técnicas de análisis numérico, nos ayuda al paso de resolución de problemas sobre el ‘flotamiento de esferas’.

OBJETIVO

Encontrar la porción de una esfera de radio x y densidad p , que queda sumergida

Analizar el empuje que recibe cierta esfera hacia arriba mediante el principio de Arquímedes.

Interpretar esa proporción del líquido que desaloja dicho cuerpo del recipiente

Obtener la profundidad del polo sur de la esfera, mediante un cierto polinomio obtenido con base a la información del problema, haciendo uso de programas elaborados en Matlab (*MATrix LABORatory*, "laboratorio de matrices") para la solución del mismo.

Obtener la solución a nuestro problema mediante métodos de aproximación:
(Newton, bisección, secante).

MARCO TEÓRICO

Esfera:

En geometría, una superficie esférica es una superficie formada por el conjunto de los puntos del espacio cuyos puntos equidistan de otro interior llamado centro, la distancia constante r es el radio. Si las coordenadas de C son (a, b, c) , se deduce de la fórmula de la distancia que (x, y, z) es un punto de la esfera si y solo si:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

Que es, por consiguiente, la ecuación de la esfera.

Líquido:

El líquido es un estado de agregación de la materia en forma de fluido altamente incomprensible lo que significa que su volumen es, bastante aproximado, en un rango grande de presión.

El área de estudio sobre la presente investigación está dada sobre 'esferas' y cualquier tipo de líquido, centrándonos en la gran importancia que se tiene en la relación de sumergir una esfera sobre cierto líquido (cual sea) y esperar la reacción de la misma e interpretar su comportamiento.

Con base a lo anterior, se espera conocer la profundidad del polo sur de la esfera, obteniendo primeramente el volumen de la parte sumergida de la misma, respecto a la densidad " ρ " que presente.

Cabe mencionar que la densidad de una esfera está dada por: $d = \frac{m}{V}$

Donde $m = masa$, y el volumen esta dado por $V = \left(\frac{4}{3}\right) \pi r^3$

El flotamiento de esferas es utilizado en actividades del ser humano, actividades las cuales se desarrollan en un río, lago, presa, laguna, mar. Y estas suelen presentarse en la vida cotidiana y en las mismas recurrir al uso de esferas, pelotas, boyas, etc.

Ejemplos relacionados con esto, son los siguientes:

En las cañas y redes de pesca, la boya es el corcho o flotador que se coloca para evitar que éstas se hundan, así como para marcar la posición del anzuelo.

En algunos casos, las boyas llegan a tener la forma de esfera, y estas son utilizadas como boyas de balizamiento, que ayudan a la navegación marcando un canal marítimo, que permite a los barcos navegar con seguridad.

Anteriormente se ha hablado del 'flotamiento de esferas', pero aquí es importante ver el comportamiento de la misma esfera sobre el líquido, algo que se debe considerar es el material del cual está hecha, cabe señalar que el comportamiento del flotamiento de dichas esferas es independiente del líquido del cual se presente en el recipiente.

METODOLOGÍA

Al inicio de este interesante tema de investigación, nosotros dimos a conocer el concepto básico de que es una esfera, este concepto donde se involucre una esfera (sin importar tamaño, densidad), no cambiara, lo que podrá ser diferente e ir cambiando será la densidad que nuestra esfera presente, esto relacionado con el material del cual este hecha.

Como ya se ha hecho mención anteriormente en cuál es el enfoque de este tema de investigación, daremos paso a la solución de un problema el cual involucra una esfera (dicha esfera presenta ya una densidad " ρ " debido al material por el cual está hecha, en todo caso de no conocer su densidad, puede obtenerse como anteriormente se mencionó) sumergida en un líquido, en este caso el líquido es agua, ya que el agua es con mucho el líquido más común en la Tierra y obviamente el más abundante.

¿Pero de qué materiales podemos encontrar una esfera y cuál sería su densidad?

Daremos a conocer algunos materiales de los cuales podemos encontrar que está hecha una esfera.

Tabla 1. Densidad de los materiales que podemos encontrar en una esfera.

Material	Densidad
Polímero (Material a base de Carbono)	0.8985 g/cm^3
Plástico (Material de movilidad y facilidad para adquirir cierta forma)	0.91 g/cm^3
Madera de Pino (Proviene de los árboles de hoja perenne llamados pinos)	0.6
Vidrio (Material Inorgánico duro, frágil, transparente y amorfo)	<i>se presenta como $2.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ por cada m^2.</i>
Poli estireno Expandido (unicel) (Material de plástico, rígido, fabricado a partir del moldeo de perlas de poli estireno)	<i>Se encuentra entre $10 \frac{\text{k}}{\text{m}^3}$ y 35 k/m^3.</i>

Estos son algunos de los materiales de los cuales nosotros podemos encontrar una esfera, pero cada uno de estos materiales como bien se mencionaron presentan su densidad.

La finalidad de presentar este problema es hacer ver que con ayuda del cálculo integral, teorema de Pitágoras y el apoyo de una muy buena herramienta de software matemático con un lenguaje de programación propio (Matlab) y programas elaborados (métodos de aproximación) en el mismo, llevaremos paso a paso a la solución de manera divertida e importante el uso de las matemáticas en un problema que suele presentarse en ocasiones en la vida real.

EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA

Una esfera que flota sobre el agua

Encontrar la porción de una esfera de radio $r = 10 \text{ cm}$ que queda sumergida al introducirla en agua. Si la esfera es de madera de pino que tiene una densidad relativa $\rho = 0.6$.

¿Cuál es la profundidad a la que se encuentra el polo sur de la esfera?

RESULTADOS

Solución:

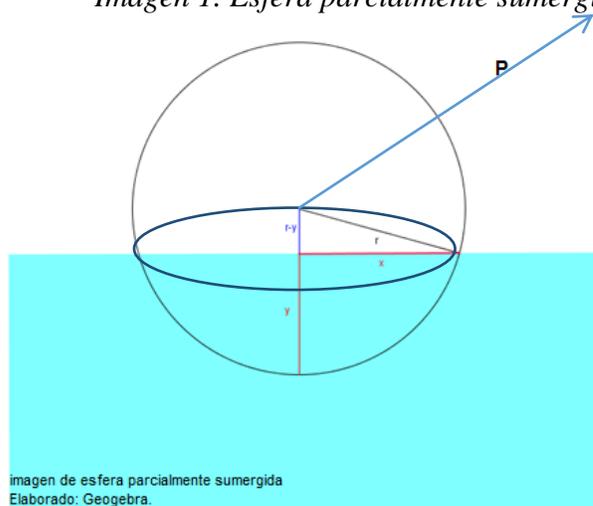
Para poder ir adentrándonos a la solución de nuestro problema, es de suma importancia recordar un descubrimiento clave en la Física realizado por el gran Arquímedes, el cual dice:

‘Al sumergirse un cuerpo en un recipiente lleno de un líquido, dicho cuerpo recibirá un empuje hacia arriba igual al peso del líquido que desaloja dicho cuerpo del recipiente.’

Utilizando este principio físico, y haciendo uso del teorema de Pitágoras, cálculo integral e importantes técnicas de análisis numérico, se puede resolver el siguiente problema.

La esfera tiene radio r y la cantidad y representa la distancia a la que se encuentra sumergida la esfera. Tal como se muestra en el siguiente dibujo:

Imagen 1. Esfera parcialmente sumergida



Como primer paso en la solución del problema, se desea calcular el volumen de la parte sumergida de la esfera.

Consideremos un punto **P** contenido en un círculo máximo de la esfera. Dicho círculo máximo estaría contenido en el plano que es perpendicular a la línea de visión cuando se mira la figura de frente.

Ahora debemos considerar el segundo panel en la Figura, el punto superior es el centro de la esfera, por lo que el segmento que une los dos puntos tiene magnitud r . los dos

segmentos de recta que aparecen en la parte derecha representan la semi-altura de la esfera, por lo que su suma es r . la altura " y " mide que tan alto se encuentra colocado el punto P respecto a la parte más baja de la esfera.

Ahora, observemos que el eje " y " se considera que esta en la dirección del segmento ' y '.

Si consideramos un círculo cuyo plano es perpendicular a dicho eje, ubicado a la altura ' y ', su área estaría dada por $A(y) = \pi x^2$, donde x es función del radio r de la esfera y de la altura " y " del punto P .

Pero, ¿cómo obtenemos a la base x ? Bueno podemos recurrir al uso del teorema de Pitágoras y está dada por

$$x = ([r^2 - (r - y)^2])^{1/2}$$

Ahora, si se integran todas las áreas $A(y)$ desde $y = 0$ hasta y se obtiene el volumen V , de la parte sumergida de la esfera, es decir:

$$m_a = (1)(V_a) = \int_0^y \pi x^2 dy$$

Pero se sabe que:

$$x = ([r^2 - (r - y)^2])^{1/2}$$

Y haciendo la sustitución adecuada, tenemos:

$$m_a = (1)(V_a) = \int_0^y \pi x^2 dy = \int_0^y \pi(r^2 - (r - y)^2) dy$$

Desarrollando la parte de $(r^2 - (r - y)^2)$ obtenemos $(r^2 - (r^2 - 2ry + y^2))$, que simplificando tenemos: $(2ry - y^2)$

Ahora:

$$\int_0^y \pi(r^2 - (r - y)^2) dy = \int_0^y \pi(2ry - y^2) dy = 2\pi r \int_0^y y dy - \pi \int_0^y y^2 dy$$

$$2\pi r \int_0^y y dy - \pi \int_0^y y^2 dy = 2\pi r \left(\frac{y^2}{2}\right) - \pi \left(\frac{y^3}{3}\right) = \pi r y^2 - \pi \left(\frac{y^3}{3}\right) = \frac{\pi y^2}{3} (3r - y).$$

Así que la masa del agua desplazada es:

$$M_a = \rho_a V_a = \frac{\pi y^2 (3r - y)}{3} \text{ (gramos).}$$

Eso se debe a que el agua presenta una densidad de: $\rho_a = 1 \frac{gr}{cm^3}$

Con ello el peso del agua desalojada será $P_a = gM_a$

Por otro lado, la masa M_e de la esfera es: $M_e = \rho V = \rho \left(\frac{4}{3}\right) \pi r^3$

Mientras que el peso de la esfera será $P_e = gM_e$

Ahora bien, ya que por hipótesis la esfera permanece flotando, ¿Qué nos quiere decir esto?

Bueno que la esfera es lo suficientemente liviana como para que el peso del agua que desaloja equilibre su peso gravitacional. O sea que $P_a = P_e$ por lo que $M_a = M_e$

Y con ello tenemos:

$$\rho \left(\frac{4}{3}\right) \pi r^3 = \frac{\pi y^2(3r - y)}{3}$$

Es claro ver que aquí obtenemos una ecuación a resolver, la cual es:

$$\begin{aligned} 4\rho\pi r^3 &= \pi y^2(3r - y) \\ -y^3\pi + \pi 3y^2r - 4\rho\pi r^3 &= 0 \end{aligned}$$

Reacomodando y simplificando, tenemos:

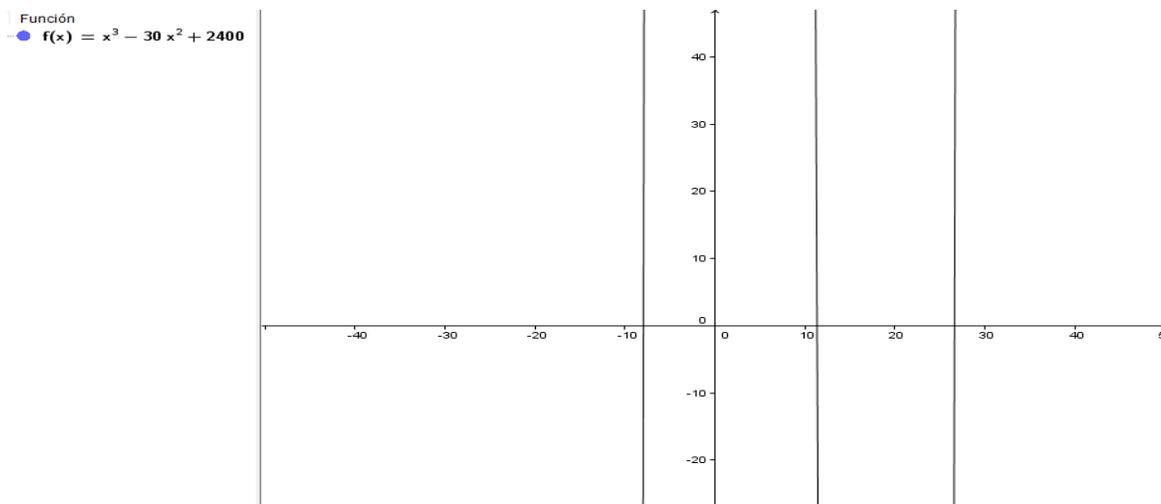
$$y^3 - 3y^2r - 4\rho r^3 = 0$$

$$\text{como } r = 10 \text{ y } \rho = 0.6$$

Nuestro polinomio queda de la siguiente manera:

$$y^3 - 30y^2 + 2400.$$

Gráfica 1. Función: $y^3 - 30y^2 + 2400$



¿Pero cómo obtendremos la profundidad del polo sur de la esfera?

Basta con calcular las raíces de nuestro polinomio $y^3 - 30y^2 + 2400$ y así poder obtener la solución a nuestro problema.

Práctica para obtener la solución a nuestro problema

Como bien dijimos la solución a nuestro problema la podemos obtener mediante los siguientes métodos: Bisección:

```
Command Window
>> biseccion
METODO DE BISECCION
-----
INGRESE FUNCION: y^3-30*y^2+2400
INGRESE LIMITE INFERIOR DEL INTERVALO:7
INGRESE LIMITE SUPERIOR DEL INTERVALO:14
INGRESE PORCENTAJE DE ERROR:.001
It.   Xa           Xr           Xb           Error aprox
1     7.0000000    10.5000000    14.0000000    14.286
2     10.5000000    12.2500000    14.0000000    7.692
3     10.5000000    11.3750000    12.2500000    4.000
4     10.5000000    10.9375000    11.3750000    1.961
5     10.9375000    11.1562500    11.3750000    0.971
6     11.1562500    11.2656250    11.3750000    0.483
7     11.2656250    11.3203125    11.3750000    0.241
8     11.3203125    11.3398444    11.3750000    0.121
9     11.3398444    11.3408203    11.3476563    0.060
10    11.3408203    11.3442383    11.3476563    0.030
11    11.3408203    11.3425293    11.3442383    0.015
12    11.3408203    11.3416748    11.3425293    0.008
13    11.3408203    11.3412476    11.3416748    0.004
14    11.3412476    11.3414612    11.3416748    0.002
15    11.3412476    11.3413544    11.3414612    0.001
16    11.3412476    11.3413544    11.3414612    0.001
fx >> |
```

Observamos que una de las raíces de nuestro polinomio $y^3 - 30y^2 + 2400$, bajo 5 iteraciones y un error límite apropiado de 0.001, nos da a conocer una aproximación de 11.3412, de manera que este resultado podemos tomarlo como un muy buen acercamiento a nuestra solución.

Newton:

```
Command Window
>> Newton
Newton-Raphson
-----
Introduzca el valor de la funcion y^3-30*y^2+2400
Introduzca el valor de xi:7
Introduzca el valor del error limite:.00001
it xi Funcion de xi Derivada de xi Error aproximado
1     7.0000000    1273.0000000    -273.0000000    100.0000000
2    11.6630037    -94.3019273    -291.7032565    2.8508662
3    11.3397233     0.4876163    -294.6154242    0.0145934
4    11.3413784     0.0000110    -294.6021118    0.0000003
fx >> |
```

Observamos que al trabajar nuestro polinomio $y^3 - 30y^2 + 2400$, bajo el método de aproximación de Newton con ayuda de 4 iteraciones y un error límite de 0.00001, nos da a conocer que dicho método da como resultado una aproximación de 11.3413.

Secante:

```
Command Window
METODO DE LA SECANTE

ingrese xo :8
ingrese x1 :19
ingrese la tolerancia
.0001
ingrese el número de iteraciones
10000
ingrese la función
y^3-30*y^2+2400

SOLUCION:|
11.3414 es una aproximacion a una raiz con una tolerancia 0.0001
fx >> |
```

Uno más de los métodos de aproximación ya mencionados anteriormente es el método de secante, bajo este método al trabajar nuestro polinomio

$$y^3 - 30y^2 + 2400$$

Con ayuda de 5 iteraciones bajo un error límite de 0.0001 el método nos aproxima hacia el valor de 11.3414.

Comparando los tres resultados obtenidos al trabajar nuestro polinomio

$$y^3 - 30y^2 + 2400$$

Bajo los métodos de Bisección, Newton y Secante, nuestros resultados fueron los siguientes:

Bisección: El método de aproximación de bisección nos presenta una aproximación de: 11.3412 (bajo 5 iteraciones y un error límite de 0.001)

Newton: El método de aproximación de Newton nos presenta una aproximación de: 11.3413 (bajo 4 iteraciones y un error límite de 0.00001)

Secante:

El método de aproximación de Secante nos presenta una aproximación de: 11.3414 (bajo 5 iteraciones y un error límite de 0.0001)

Haciendo una comparación entre los 3 métodos de aproximación y los resultados obtenidos, podemos decir que el método de **Newton** bajo las iteraciones que se trabajó y el error límite mencionado, es el método con mayor confianza y mejor aproximación respecto a los otros dos, esto nos orilla a decir que el hundimiento parcial del polo sur de la esfera se encuentra a una profundidad de 11.3413 cm aproximadamente.

CONCLUSIONES

Con base en nuestro trabajo, podemos concluir que la porción de la esfera que se encuentra sumergida en cierto líquido, es mediante el empuje que recibe la esfera hacia arriba descrito en el principio de Arquímedes, donde es la igualdad de pesos entre la porción de la esfera sumergida y el peso total de esta, como se tiene por hipótesis que esta flota, es decir, que su peso se anula, igualamos los pesos y una vez hecho esto resolvemos nuestro polinomio obtenido y calculamos las raíces de dicho polinomio mediante Matlab y lo que interpretamos con esa raíz es que en ese punto la esfera empieza a flotar en el líquido. De manera particular en nuestro ejemplo obtuvimos una raíz en 11.34 cm y concluimos que la esfera se sumerge solo 11.34 cm desde el sur y esta flota sobre el agua.

BIBLIOGRAFÍA

C., E. Á. (s.f.). Elementos de Geometría: con numerosos ejercicios y geometría del compás.

En E. Á. C., *Elementos de Geometría* (pág. 554).

Carlos Gracia Muñoz, J. M. (30 de septiembre de 2015). *Wikipedia*. Obtenido de

<http://es.wikipedia.org/wiki/L%C3%ADquido>

Pellini, C. (23 de septiembre de 2014). *Gran Enciclopedia Universal Espasa Calpe Tomo*

4 Entrada: Arquímedes. Obtenido de <http://historiaybiografias.com/arquimedes/>

Vitutor.net. (2015). Obtenido de <http://www.vitutor.net/2/2/33.html>

García Gómez, Daniel. *Cálculo Numérico y Aplicaciones* (2009). Escalera con cajón y Ruta Obligada de longitud mínima. (pág. 50 y 70). Saltillo Coahuila: Cima.

ÁTOMO DE HIDRÓGENO

Autores: Jorge Rosales Mata, Josué Martín Ibarra Vargas. **Asesor:** Dra. Alicia López Betancourt.

unicoyreal@hotmail.com, jorch_pumas@hotmail.com

Nivel educativo: Superior, **Categoría:** Análisis Numérico.

Palabras clave: átomo, hidrógeno, fotones, cuantos, energía

Resumen: El área de estudio de la presente investigación es en el mundo microscópico, donde se analiza el comportamiento de la materia a nivel atómico, y de todo este mundo nos vamos a enfocar en lo que es el átomo de hidrógeno, para analizar el comportamiento de su órbita, el movimiento de su electrón, protones y neutrones, y de las sub-partículas que hay en el cómo los fotones. Así como el estudio de los niveles de energía.

INTRODUCCIÓN

El elemento del hidrógeno es el más abundante en el universo, por lo que es de suma importancia obtener más información sobre este elemento tan importante.

El desarrollo de esta teoría ayuda a las ciencias químicas y a la física de partículas, ya que si se puede predecir el comportamiento de este y sus reacciones ante ciertas circunstancias, podemos desarrollar nuevas herramientas para el beneficio del ser humano.

OBJETIVO

Interpretar físicamente a las funciones de onda resultantes del átomo de hidrógeno.

Introduciremos las soluciones de la ecuación de Schrödinger para el átomo de hidrogeno.

Analizar las funciones de onda electrónicas y sus correspondientes valores de energía.

Verificar la importancia de la matemática y el Análisis Numérico en el mundo microscópico mediante la aplicación de las ecuaciones, resolviéndolas con un método numérico empleado por Bohr.

MARCO TEÓRICO

El átomo de hidrogeno: el inicio de la física cuántica

Con el fin de resolver los problemas acumulados sobre el modelo del átomo planetario, y para explicar el espectro del átomo de hidrogeno, Niels Bohr propone en 1913 un nuevo modelo atómico sustentado por tres postulados para orbitas electrónicas:

- Cualquier que sea la órbita descrita por un electrón, este no emite energía
- No todas las orbitas son posibles

$$mvrn = nh/2\pi$$

$m = \text{masa}$

$v = \text{velocidad}$

$r = \text{distancia}$

$n = \text{num entero determina orbitas posibles}$

$$h = 6.6310 \times 10^{-34} \text{ j.s}$$

- La energía liberada al caer un electrón desde una órbita superior, de energía E2 a otra inferior de energía E1 se emite en forma un cuanto de luz (fotón). La frecuencia (f) del cuanto viene dada por:

$$E2 - E1 = hf$$

La fuerza centrípeta que mantiene en órbita al electrón es producida por la atracción de coulomb entre el núcleo y el electrón. Por tanto;

$$F = ke^2/r^2 = ma = mv^2/r \quad \text{y}$$

$$mv^2/r = ke^2/r^2$$

La solución simultanea de estas ecuaciones de los radios de las orbitas estables como $r_n = (0.053 \text{ nm})n^2$. La energía del átomo cuando está en su n-esimo estado es decir cuando su electrón está en su n-esima órbita de configuración es:

$$E_n = (-13.6/n^2) \text{ eV}$$

De modo que tenemos lo siguiente:

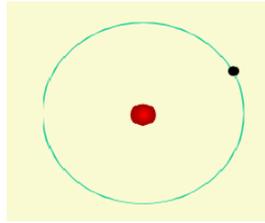
$$r_n = (0.053 \text{ nm})(n^2/Z) \quad \text{y} \quad E_n = (-13.6/n^2) \text{ eV}$$

Donde Z se llama el número atómico del núcleo.

Modelo Atómico de Borh

- 1.- Los electrones se mueven alrededor del núcleo en órbitas circulares estables

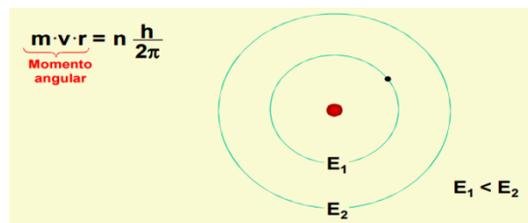
Figura 1. Electrón que se mueve alrededor del núcleo del átomo



De acuerdo a la física clásica, si los electrones se movieran en órbitas circulares, se acelerarían irradiando constantemente energía (perderían energía), describiendo una espiral hasta colapsar finalmente con el núcleo.

2.- Sólo son permitidas aquellas órbitas en las cuales el momento angular del electrón está cuantizado, siendo un múltiplo entero de Postulados del Modelo de Bohr $h/2\pi$

Figura 2. Movimiento angular cuantizado



Esto implica que un electrón en una órbita o estado estacionario n , posee un momento angular constante; y por lo tanto, su energía en dicha órbita se mantiene constante.

3.- Cuando un electrón pasa de una órbita a otra, dicha transición va acompañada de la absorción o emisión de una cantidad definida de energía

Figura 3. Cambio de órbita de un electrón.

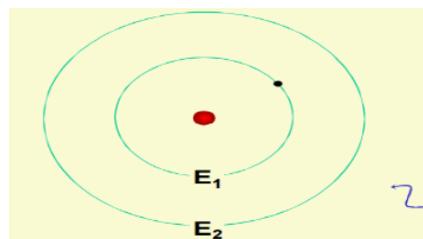
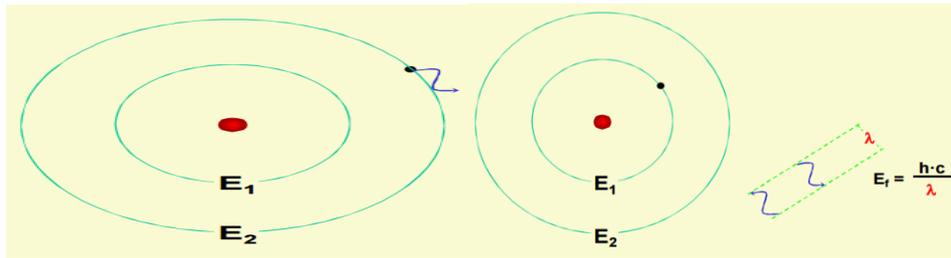
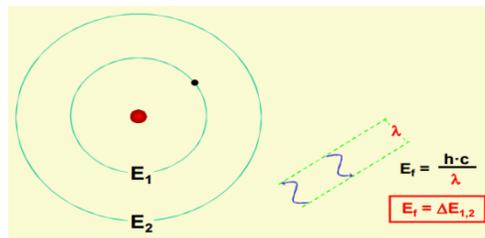


Figura 4. Emisión ó absorción de energía.



El fotón absorbido y el fotón emitido tienen la misma longitud de onda y por lo tanto misma energía.

Figura 5. Longitud de onda de un fotón



La energía del fotón emitido o absorbido es igual a la diferencia de energía entre las dos órbitas.

METODOLOGÍA

Cuando un electrón gira alrededor del núcleo describiendo una órbita, se ejerce sobre él una fuerza eléctrica ($F_{\{e\}}$), que por convención se considera negativa y que de acuerdo a la ley de Coulomb se obtendría con la expresión siguiente:

$$F_{\{e\}} = -\left(\frac{Q^1 Q^2 K}{d^2}\right)$$

Si se consideran negativas las fuerzas que jalar al electrón hacia el núcleo, Q_1 sería la carga del electrón (e), Q_2 la carga del núcleo ($V_{\{e\}}$), k la constante de Coulomb y d la distancia entre las cargas (r); por lo tanto:

$$F_{\{e\}} = -\left(\frac{Ze^2K}{r^2}\right) \quad (1)$$

Dado que el electrón describe un movimiento circular, se ejerce sobre él una fuerza centrípeta, la cual sería negativa:

$$F_{\{c\}} = -\left(\frac{mv^2}{r}\right) \quad (2)$$

En este caso, como las fuerzas eléctrica y centrípeta tratan de jalar al electrón hacia el núcleo, se puede decir que se trata de la misma fuerza; por lo tanto:

$$\begin{aligned} F_{\{e\}} &= F_{\{c\}} \\ \rightarrow -\left(\frac{Ze^2K}{r^2}\right) &= -\left(\frac{mv^2}{r}\right) \\ \rightarrow \left(\frac{Ze^2K}{r^2}\right) &= \left(\frac{mv^2}{r}\right) \\ \rightarrow \left(\frac{Ze^2K}{r}\right) &= mv^2 \quad (3) \end{aligned}$$

Por otro lado, la energía total (ET) que posee un electrón en una órbita, es la suma de las energías potencial (EP) y cinética (EC), como se muestra enseguida:

$$E_{\{T\}} = E_{\{p\}} + E_{\{c\}} \quad (4)$$

En este caso, la energía potencial (EP), corresponde al trabajo necesario para llevar P al W , electrón desde la órbita hasta el núcleo:

$$E_{\{p\}} = w$$

El trabajo se define como el producto de la fuerza por la distancia, pero en este caso la fuerza es la fuerza eléctrica (Fe) y la distancia es el radio de la órbita (r); de tal forma que, se obtendría la ecuación 5 siguiente:

$$E_{\{p\}} = -\left(\frac{Ze^2K}{r}\right) \quad (5)$$

Por otro lado, la energía cinética (EC) que posee el electrón, se obtendría de la manera siguiente:

$$E_{\{c\}} = \left(\frac{Ze^2K}{2r}\right) \quad (6)$$

Si se sustituyen las expresiones de la energía potencial (5) y de la energía cinética (6) en la expresión de la energía total (4), se obtiene la expresión (7) siguiente:

$$E_{\{T\}} = E_{\{c\}} + E_{\{p\}}$$

$$E_{\{T\}} = \left(\frac{Ze^2K}{2r}\right) - \left(\frac{Ze^2K}{r}\right)$$

$$E_{\{T\}} = \left(\frac{Ze^2Kr - 2Ze^2Kr}{2r^2}\right)$$

$$E_{\{T\}} = -\left(\frac{Ze^2Kr}{2r^2}\right)$$

$$E_{\{T\}} = -\left(\frac{Ze^2K}{2r}\right) \quad (7)$$

De acuerdo al segundo postulado, el momento angular del electrón esta cuantizado como se muestra en la expresión (8) siguiente:

$$mvr = \left(\frac{nh}{2\pi}\right) \quad n=1,2,3,.. \quad (8)$$

De la expresión anterior se puede despejar la velocidad (v) y sustituir en la expresión (3). Posteriormente se simplifica y se despeja el radio (r) para obtener la expresión (9) siguiente:

$$\begin{aligned}
 mvr &= \left(\frac{nh}{2\pi}\right) \rightarrow v = \left(\frac{nh}{2\pi mr}\right) \\
 \rightarrow \left(\frac{Ze^2K}{r}\right) &= \left(\frac{mn^2h^2}{4\pi^2m^2r^2}\right) = \left(\frac{n^2h^2}{4\pi^2mr^2}\right) \\
 \rightarrow rze^2k &= \left(\frac{n^2h^2}{4\pi^2m}\right) \\
 \rightarrow r &= \left(\frac{n^2h^2}{4\pi^2mze^2k}\right) \quad (9)
 \end{aligned}$$

En la expresión anterior se tienen muchas constantes las cuales se pueden agrupar en un solo término, obteniéndose la expresión (10) siguiente:

$$\begin{aligned}
 R_{\{B\}} &= \left(\frac{h^2}{4\pi^2me^2k}\right) \\
 \rightarrow r &= R_{\{B\}n}^2 z^{-1} \quad (10)
 \end{aligned}$$

Donde RB es una constante llamada Radio de Bohr cuyo valor es 5.2917×10^{-11} [m]

Si se sustituye la ecuación (9) en la ecuación (7), se obtendría la expresión (11) siguiente:

$$E_{\{T\}} = -\left(\frac{Ze^2K}{2r}\right) = -\left(\frac{Ze^2K}{\left(\frac{2n^2h^2}{4\pi^2mze^2k}\right)}\right) = \left(\frac{-ze^2k4\pi^2mze^2k}{2n^2h^2}\right) = \left(\frac{-2\pi^2mz^2e^4k^2}{n^2h^2}\right) \quad (11)$$

En un salto cuántico están involucradas dos orbitas, una de alta energía y una de baja energía; de tal forma que, las expresiones para determinar dichas energías son las siguientes:

$$E_{\{A\}} = \left(\frac{-2\pi^2 m z^2 e^4 k^2}{n_{\{A\}}^2 h^2} \right) \quad E_{\{B\}} = \left(\frac{-2\pi^2 m z^2 e^4 k^2}{n_{\{B\}}^2 h^2} \right)$$

De acuerdo al tercer postulado, la energía del fotón absorbido o emitido es igual a la diferencia energía entre las dos órbitas

$$E_{\{F\}} = \Delta E_{\{A,B\}} = E_{\{A\}} - E_{\{B\}}$$

Sustituyendo las expresiones E_A y E_B en esta última expresión se obtendría:

$$E_{\{F\}} = \left(\frac{-2\pi^2 m z^2 e^4 k^2}{n_{\{A\}}^2 h^2} \right) + \left(\frac{2\pi^2 m z^2 e^4 k^2}{n_{\{B\}}^2 h^2} \right)$$

$$E_{\{F\}} = \left(\frac{2\pi^2 m z^2 e^4 k^2}{h^2} \right) \left(\left(\frac{1}{n_{\{A\}}^2} \right) - \left(\frac{1}{n_{\{B\}}^2} \right) \right)$$

De acuerdo a Planck, la energía de un fotón se puede calcular conociendo la longitud de la onda electromagnética. ($h=6.63 \times 10^{-34}$ Js)

$$E_{\{F\}} = \left(\frac{hc}{\lambda} \right)$$

$$\rightarrow \left(\frac{hc}{\lambda} \right) = \left(\frac{2\pi^2 m z^2 e^4 k^2}{h^2} \right) \left(\left(\frac{1}{n_{\{A\}}^2} \right) - \left(\frac{1}{n_{\{B\}}^2} \right) \right)$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{\lambda} \right) = \left(\frac{2\pi^2 m z^2 e^4 k^2}{h^3 c} \right) \left(\left(\frac{1}{n_{\{A\}}^2} \right) - \left(\frac{1}{n_{\{B\}}^2} \right) \right)$$

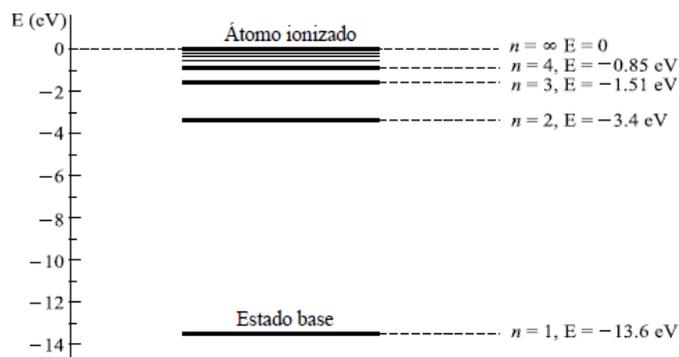
$$\rightarrow \left(\frac{1}{\lambda} \right) = R_{\{H\}z}^2 \left(\left(\frac{1}{n_{\{A\}}^2} \right) - \left(\frac{1}{n_{\{B\}}^2} \right) \right), \text{ donde } R_{\{H\}} = \left(\frac{2\pi^2 m e^4 k^2}{h^3 c} \right) = 1.09 \times 10^{-7} m$$

EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA

Los diagramas de los niveles de energía

Sobre una escala de energía vertical, las energías permitidas se muestran mediante líneas horizontales. El diagrama de niveles de energía para el hidrogeno se muestra en la figura. Cada línea horizontal representa la energía de un estado resonante del átomo. El cero de energía se toma para cuando el átomo esta ionizado, es decir, el estado en el cual el átomo tiene un radio orbital infinito. A medida que el electrón cae más cerca del núcleo, su energía potencial disminuye desde el nivel cero, y por tanto la energía del átomo es negativa, como se indicó. El estado más bajo posible, $n=1$, corresponde al electrón en su órbita más pequeña posible; se llama estado base.

Figura 6. Diagrama de los niveles de energía.



Observando la figura nos damos cuenta que la energía del átomo cuando está en su n-esimo estado (es decir, con su electrón en la n-esima orbita de configuración) es:

$$E_{\{n\}} = \left(\frac{-13.6}{n^2} \right) eV$$

5. Ejecución práctica del tema investigado: ejemplos resueltos, apoyo en programas realizados por los estudiantes o bien con apoyo en paquetes como Matlab, Maple, entre otros.

RESULTADOS

EJEMPLO 1.

¿Qué longitud de onda emite un átomo de hidrogeno cuando su electrón excitado cae del estado $n=5$ al estado $n=2$? Dé su respuesta a tres cifras significativas usaremos scientific.

ya que :

$$E_{\{n\}} = \left(\frac{-13.6}{n^2} \right) eV$$

se tiene que:

$$n = 5 \rightarrow E^5 = \left(\frac{-13.6}{5^2} \right) eV = -0.544eV$$

$$n = 2 \rightarrow E^2 = \left(\frac{-13.6}{2^2} \right) eV = -3.40eV$$

Al hacer la diferencia entre estas dos energías tendremos la energía absorbida esto es:

$$3.40 - .544 = 2.856eV$$

Sabiendo que $1240nm = 1eV$ en una proporción inversa, se tiene, para la longitud de onda del fotón emitido:

$$\lambda = \left(\left(\frac{1.00_{\{e\}v}}{2.856_{\{e\}v}} \right) \right) (1240nm) = 434nm$$

EJEMPLO 2.

Átomos de hidrogeno no excitados se bombardean con electrones que se aceleran a través de $12.0 V$.

¿Cuáles longitudes de onda emitirán los átomos? Cuando a un átomo en su estado base se le dan $12.0 eV$ de energía, la mayoría de los electrones de estos no pueden ser excitados más allá de los $12.0 eV$ arriba de su estado base. Solo existe un estado en esta región de energía, el estado $n = 2$. Por tanto, la única transición posible es:

$$n = 2 \rightarrow E^2 = \left(\frac{-13.6}{2^2} \right) = -3.4_{\{e\}v}$$

$$n = 1 \rightarrow E^1 = \left(\frac{-13.6}{1^2} \right) = -13.6_{\{e\}v}$$

$$\Delta E_{\{2,1\}} = -3.4_{\{e\}v} + 13.6_{\{e\}v} = 10.2_{\{e\}v}$$

La única onda de longitud será:

$$\lambda = (1240nm) \left(\left(\frac{1.00_{\{e\}v}}{10.2_{\{e\}v}} \right) \right) = 122nm$$

6. Realizar contrastación entre la teoría y sus prácticas, describiendo teóricamente el tema investigado.

Los modelos desarrollados de la ecuación que describe la órbita de un átomo escribirla, con base en esta se solucionaron dos ejemplos para definir esta órbita.

CONCLUSIONES

Al combinar nosotros la energía de la órbita clásica del electrón con la cuantización del momento angular el efecto de Bohr produce expresiones para el radio y la energía de la órbita del electrón

Aunque el modelo de Bohr fue un paso importante hacia la comprensión de la teoría cuántica del átomo, no es en realidad una descripción correcta de la naturaleza de las órbitas de electrones. Algunas de las deficiencias del modelo son:

1. No es capaz de proporcionar una comprensión de por qué ciertas líneas espectrales son más brillantes que otras. No hay ningún mecanismo para el cálculo de probabilidades de transición.
2. El modelo de Bohr trata el electrón como si se tratara de un planeta en miniatura, con un radio y momento determinado. Esto es una violación directa del principio de incertidumbre, que dicta que la posición y el momento no se pueden determinar simultáneamente.

El modelo de Bohr nos da un modelo conceptual básico de las orbitas y las energías de los electrones. Los detalles precisos de los espectros y la distribución de carga, deben dejarse en manos de los cálculos de la mecánica cuántica, como en la ecuación de Schrödinger.

El modelo atómico de Bohr tiene gran influencia en la física y en la química, ya que sabiendo ese comportamiento del átomo, se pueden deducir los comportamientos de otros átomos y manipular la materia a nuestro favor.

BIBLIOGRAFÍA

Proca, A. (1933). *Valores propios I y II*. París.

Schrödinger, E. (1933). *Mémoires sur la mécanique ondulatoire*. París.

Spiegel, M. R. (1992). McGraw-Hill, ed. *Fórmulas y tablas de matemática aplicada*.
(Madrid).

Jackson, J.D. *Classical Electrodynamics*, 3.^a ed., Wiley & Sons, 1999. pag. 103

COMPARACIÓN ENTRE CUATRO MÉTODOS DE ENFRIAMIENTO PROPUESTOS APLICADOS A CUATRO TIPOS DE CERVEZA

Autores: Édgar Alonso Valenzuela Nuncio, Jesús Eduardo Mata Cano. **Asesor:** M.C.N.
Fidel Esteban Flores Ocampo

gar_ed_93@hotmail.com, matac77@hotmail.com

Nivel educativo: Superior, **Categoría:** Diseño de Experimentos

Palabras clave: cerveza, temperatura, DBCA, enfriamiento.

Resumen. Se llevó a cabo un experimento en el cual se comparan cuatro métodos caseros de enfriamiento aplicados a cervezas en presentación de 355 ml (una de 325 ml) en envase de vidrio con distintas concentraciones de alcohol (2%, 3.6%, 4.5% y 5%), a saber: refrigeración convencional, congelación, en una hielera (con hielo agua y sal) y congelación envuelto en papel (servitoalla). Se introdujeron las cervezas un tiempo máximo de 15 minutos para después poder tomar la temperatura con el sensor Vernier durante 30 segundos obteniendo así una muestra de tamaño 32. Recurriendo a un diseño por bloques completamente aleatorizado mediante una prueba de ANOVA se analiza si existe diferencia significativa entre los métodos y por medio de una prueba de contrastes se determinó una jerarquización desde cual es el más efectivo hasta el menos efectivo.

INTRODUCCIÓN

El consumo de bebidas alcohólicas se remonta a épocas históricas. Hablar de su primero uso por solo una civilización sería problemático ya que quizás este se dio, de manera fortuita, por diferentes grupos nómadas, en distintas regiones del planeta con el consumo de frutos putrefactos o alimentos que perecieron. Bajo estas condiciones el hombre no era capaz de reproducir las condiciones de producción de estas bebidas debido a que, a excepción de la leche, los productos que se pudieron haber utilizado para su producción eran frutos, los cuáles no están presentes todo el año. Incluso la accesibilidad al agua era una imposibilidad ya que no fue sino hasta el Neolítico tardío que se logró hacer fuentes artificiales de agua.

Si bien a lo largo de la historia el consumo de bebidas con contenido alcohólico ha ido cambiando conforme a los hábitos que se tienen, hoy en día es común encontrarse con el problema de consumir la bebida (por bebida nos referimos a cerveza) en óptimas condiciones de temperatura para así poder disfrutar todos los pros que esto conlleva, como lo son el sabor y la consistencia. La misma historia de la cerveza nos dice que el refrigerador fue inventado gracias a ella por el alemán Carl Linde mientras trabajaba en la cervecera *Spaten*, con la finalidad de aislar la cerveza embotellada del calor que emitían las máquinas que se tenían en la planta. Ahora en la actualidad el negocio de la elaboración

artesanal de cerveza se ha desarrollado y especializando gente para evaluar sus características en la calidad de elaboración, algo similar a lo que se hace con los vinos.

En vista de la problemática ya mencionada se propusieron cuatro métodos de enfriamiento considerados por su sencilla aplicación y básicamente sin necesidad de invertir mucho capital en ellos para que de manera provista estén al alcance de cualquier persona. Más adelante en el texto se mencionan cada uno de ellos describiendo el cómo fueron aplicados.

OBJETIVO

Como objetivo principal se tiene pensado determinar cuál de los métodos propuestos es el más efectivo (por efectivo entiéndase que es el que baja más la temperatura de la bebida en el periodo de tiempo establecido) y de paso romper o corroborar el mito urbano acerca de que el método que ostenta el “título” es el de introducir la botella al congelador envuelta en una servitoalla.

Una vez dicho esto, para poder llegar a ello, en primer lugar se tienen cuatro métodos diferentes propuestos y se buscarán las cuatro cervezas en presentación de 355 ml (una de 325 ml) en envase de vidrio, dejando de lado los envases o latas de aluminio debido a que este envase conserva más tiempo la temperatura del líquido y no arruina su sabor, con diferentes concentraciones de alcohol (2%, 3.6%, 4.5% y 5%). Posteriormente se procederá a aplicar los métodos en un hogar, donde se cuenta con un refrigerador de la marca Mabe® Twist Air® y espacio suficiente para poder hacer las mediciones. Se utilizará una hielera convencional de plástico con capacidad para 22.7 litros junto con una bolsa de hielo de 2.5 kg y una cucharada cafetera de sal. Para el último método se usarán servitoallas de la marca Pétalo, por ser de las más comunes en el mercado. Como instrumento de medición se plantea utilizar el sensor Vernier® para temperatura, facilitado por la institución académica.

MARCO TEÓRICO

Es más que claro que el consumo de cerveza es parte de la vida diaria de la mayoría de la población mundial y esta bebida (al menos en nuestra sociedad mexicana) es consumida siempre en frío. Respecto a esto es muy útil conocer algunos métodos caseros de enfriamiento para la cerveza y de paso conocer, como ya se mencionó, cuál es el más efectivo.

El establecimiento de la agricultura, en tiempos ancestrales, como práctica económico-cultural fue esencial para la producción de la cerveza. De donde la tan íntima relación entre la fabricación del pan y la cerveza, además de que comparte un proceso de producción casi idéntico. Se cree que los ancestros de la cerveza son:

- *Braga* (mijo fermentado), con un contenido alcohólico del, aproximadamente, uno o dos por ciento. Consumida en una gran extensión de Europa (desde Polonia a los países balcánicos y hacia el este de Siberia).
- *Kvass* (hecha de harina), también con contenido alcohólico bajo, de un 0.5 a 1%. Popular en la Europa occidental y Rusia (ya conocida por los egipcios).

En el proceso de fabricación de la cerveza es posible utilizar diferentes tipos de cereales para obtenerle: desde el maíz, hasta la cebada, pasando por el arroz el trigo, la avena, el centeno, el sorgo y cualquier otro imaginable. Como es de esperarse con distinto cereal se obtienen distintas cervezas. Entre estos, es ya bien sabido, la cebada es la más utilizada en el mercado actual de fabricación de cervezas; esto debido a que, entre otras cosas, la cebada carece de cáscara en su cubierta. En el que se germina, se deseca y se tuesta la cebada para obtener lo que se conoce como malta.

Con el paso del tiempo el avance de técnicas e instrumentaría fue avanzando en favor de la fabricación, del líquido que se está tratando, a pesar de las complicaciones que se tenían en la época por su censura. Nombres como Robert Hooke, Zacharius Janssen, Antonj van Leeuwnhoek, Thomas Wills y Georg Ernst Stahl, aparecen en la historia de la fabricación de la cerveza por su contribución a la teoría de la fermentación y estudió microscópico de los componentes de la cerveza.

Con la inminente entrada de la revolución industrial, durante los últimos 25 años del siglo XVII, se implementaron herramientas, como las máquinas de vapor, para la producción masiva de cerveza, sin embargo surgió otra necesidad, dadas las impresionantes cifras de producción que se tenían, la de regular la temperatura del producto para su conservación y posteriormente la de su enfriamiento.

Antes de la invención efectiva del refrigerador el único medio de enfriamiento era el natural: el hielo obtenido en ciertas épocas del año. En 1804 Henry Tickell patentó un equipo para enfriar, el cuál llamó “refrigerador”. La primera máquina de compresión creada por John Hauge (1834) corregía varios problemas que se presentaban con el equipo de Tickell, sin embargo gracias a James Harrison (1856) que la versión de Hauge conoció una versión funcional y comercializada. Aun con esto, no fue sino hasta alrededor de 1870 que se empezaron a utilizar estas máquinas para la industria cervecera. Fechas que coinciden con los estudios sobre termodinámica en la refrigeración por el profesor Carl Linde, lo cual le llevo a fabricar una máquina que trabajaba con la compresión del amoniaco. Para 1880 se perfeccionó un bosquejo que el mismo Linde había hecho sobre una máquina que usaba ácido carbónico. (Hornsey, 2003)

Es sabido que el intervalo de temperatura para beber cerveza, sin considerar la variación de contenido alcohólico, de grano utilizado, de procesos utilizados para su fabricación o semejantes, es de los 3 a los 13°C. Es claro que si se consideran los factores antes mencionados se obtendrá una temperatura adecuada para beber que variaría según la cerveza, pero cualquier cerveza con una temperatura menor a los 3 grados o mayor a los 13 resultaría en una bebida insípida y poco bebible. (Mosher, 2009)

En la actualidad, con el mercado de competencias capitalistas, diversos tipos de refrigeradores han sido desarrollados. Desde refrigeradores personales hasta refrigeradores industriales, pasando por distintos modelos de refrigeradores-dispensadores que enfrían líquidos (especialmente en el mercado cervecero) y los entregan a una temperatura agradable para su consumo. En la industria cervecera se cuenta con este tipo de refrigeradores e incluso algunos optimizan el proceso de tal manera que el líquido sea servido con poca espuma. (Hornsey, 2003).

Diseño por bloques completamente aleatorizado.

Tras una minuciosa investigación se eligió realizar un diseño por bloques completamente aleatorizado. Este diseño de experimento nos permite analizar el efecto de un factor en específico, en nuestro caso la eficiencia del método de enfriamiento, o comparar los tratamientos (mediciones) teniendo como factor de bloque a la variable de la cantidad de volumen de alcohol en la bebida teniendo como justificación que se sabe de antemano que esta misa tiene, al menos en la teoría, influencia sobre la variación de temperatura en el líquido. En un diseño por bloques completamente aleatorizado se consideran tres fuentes de variabilidad: el factor de tratamientos (método de enfriamiento), el factor de bloque (concentración de alcohol %) y el error aleatorio. El modelo estadístico para este diseño está dado por:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij}; \begin{cases} i = 1,2,3, \dots, k \\ j = 1,2,3, \dots, b \end{cases}$$

Donde Y_{ij} es la medición que corresponde al tratamiento i y al bloque j ; μ es la media global poblacional; τ_i es el efecto debido al tratamiento i , γ_j es el efecto debido al bloque j y ε_{ij} es el error aleatorio atribuible a la medición Y_{ij} . Se supone que los errores se distribuyen de manera normal con media cero y varianza constante σ^2 .

La hipótesis de interés es la misma para todos los diseños comparativos, y está dada por:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_k$$

$$H_1: \tau_i \neq 0 \text{ para algún } i$$

Es posible afirmar que todos los efectos de tratamiento sobre la variable de respuesta son nulos, porque cuando el efecto $\tau_i = \mu_i - \mu = 0$, entonces necesariamente la respuesta media del tratamiento es igual a la media global.

Esto se prueba con un análisis de varianza con dos criterios de clasificación, porque se controlan dos fuentes de variación: el factor de tratamientos y el factor de bloque. En la tabla que se muestra a continuación se muestra el aspecto de la ANOVA para este diseño con réplica.

Tabla 1. Tabla ANOVA.

Fuente de Variabilidad	Suma de cuadrados	Grados de Libertad	Cuadrado medio	F_{calc}
Tratamientos	SC_{TRAT}	$n(k - 1)$	$CM_{TRAT} = \frac{SC_{TRAT}}{n(k - 1)}$	$F_{calc} = \frac{CM_{TRAT}}{CM_E}$
Bloques	SC_B	$n(b - 1)$	$CM_B = \frac{SC_B}{n(b - 1)}$	$F_{calc} = \frac{CM_B}{CM_E}$
Error	SC_E	$(k - 1)(b - 1)$	$CM_E = \frac{SC_E}{n(k - 1)}$	
Total	SC_T	$nkb - 1$		

Las fórmulas más prácticas para calcular las sumas de cuadrados son:

$$SC_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^b (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

$$SC_{TRAT} = nb \sum_{i=1}^k (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

$$SC_B = nk \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2$$

Y la del error se obtiene por sustracción como:

$$SC_E = SC_T - SC_{TRAT} - SC_B$$

Donde n denota el número de réplicas. Entonces se rechazan las hipótesis si $F_{calc} > F_{\alpha, v_1, v_2}$.

Prueba de normalidad

Para verificar que la muestra proviene de una distribución normal se utilizará la prueba de Shapiro-Wilks la cual se basa en las siguientes hipótesis:

H_0 : Los datos proceden de una distribución normal.

H_1 : Los datos no proceden de una distribución normal.

Los pasos para la prueba son: 1) Se ordenan los datos de menor a mayor. Denotemos los datos ordenados por $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$. 2) Se obtienen los coeficientes a_1, \dots, a_k de la tabla de Shapiro-Wilks, donde k es aproximadamente $n/2$. 3) Se calcula el estadístico W definido como:

$$W = \frac{1}{(n-1)S^2} \left[\sum_{i=1}^k a_i (X_{(n-i-1)} - X_{(i)}) \right]^2$$

Donde S^2 es la varianza muestral. 4) Por último, si el valor del estadístico es mayor que su valor crítico al nivel α seleccionado en la tabla de Shapiro-Wilks, se rechaza la normalidad de los datos.

Prueba Bartlett para homogeneidad de varianzas

Se requiere probar la hipótesis de igualdad de varianzas dada por:

$$H_0: \sigma_1^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$$

$$H_1: \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2 \text{ para algún } i \neq j$$

El estadístico de prueba para la hipótesis está dado por

$$\chi_0^2 = 2.3026 \frac{q}{c}$$

Donde $q = (N - k) \log_{10} S_p^2 - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \log_{10} S_i^2$ y $c = 1 + \frac{1}{3(k-1)} (\sum_{i=1}^k (n_i - 1)^{-1} - (N - k)^{-1})$ con $S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2}{N - k}$ donde S_i^2 es la varianza muestral del tratamiento i . El estadístico χ_0^2 sigue una distribución ji-cuadrada con $k - 1$ grados de libertad, por lo que se rechaza H_0 cuando $\chi_0^2 > \chi_{(\alpha, k-1)}^2$.

Independencia

La suposición de independencia en los residuos puede verificarse si se gráfica el orden en que se colectó un dato (eje horizontal) contra el residuo correspondiente (eje vertical). Si el comportamiento de los puntos es aleatorio dentro de una banda horizontal, el supuesto se está cumpliendo. La violación de este supuesto generalmente indica deficiencias en la planeación y ejecución del experimento.

METODOLOGÍA

Entre los materiales que se utilizaron se encuentra el sensor de temperatura de la marca Vernier®. Este sensor tiene un rango $[-40,135]$ –en grados Celsius- que soporta 150°C sin padecer daños y con un tiempo de respuesta (en agua) de 10 segundos. Este lee, graficando, la temperatura cada 0.5 segundos mostrando la variación desde que se activa hasta que se desactiva. El software Logger Lite (software por defecto al sensor Vernier®), así como Microsoft® Excel y Numbers. Dado que se realizó una réplica, inicialmente se tenían que realizar cuatro mediciones por método dando como resultado 16 datos concretos, se recurrió a comprar 8 cervezas por cada concentración de alcohol, es decir, 8 cervezas con volumen de alcohol de 2% (XX Lager Radler), 8 con 3.6% (Barrilito, Se considera que habrá variación para esta botella, ya que no solo varía en su contenido en 30 ml menos, si no que la dimensión de la misma es diferente a las otras presentaciones), 8 con 4.5% (Corona Extra) y 8 con 5% (Heineken). También se utilizaron unas pinzas de aluminio, pensadas para sostener la botella al momento de sacarla del método usado y no transmitirle calor corporal con las manos. Un abrebotellas común (en forma de ficha de botella), cronómetro (el del celular y/o computadora fueron suficientes), servitoallas (de la marca Pétalo®) y un refrigerador marca Mabe® Twist air®. Se usó una hielera convencional de plástico con capacidad para 22.7 litros junto con una bolsa de hielo de 2.5 kg y una cucharada cafetera de sal.

Los cuatro métodos y la descripción de cómo se realizaron se mencionan a continuación:

- 1) Refrigeración convencional: se introdujo la botella con el líquido al refrigerador de la marca dada, cuyas especificaciones de temperatura están dadas por la siguiente

tabla, la cual se regula mediante una perilla ubicada en la parte superior al abrir la puerta del electrodoméstico:

Tabla 2. Especificaciones sobre la temperatura del refrigerador Mabe® Twist Air®.

Temperatura	Situaciones de uso	Temperatura ambiente
Mínima	Pocos alimentos almacenados. Poca frecuencia de apertura en puertas. Posición 1 a 3.	Menor a 25°C
Media	Uso normal. Posición 4 a 6.	25 a 32°C
Máxima	Muchos alimentos almacenados. Mucha frecuencia de apertura de puertas. Posición 7 a 9.	Mayor a 32°C

Ubicándonos en el nivel de temperatura media, debido a que las mediciones se realizaron a una temperatura ambiente promedio de 25 °C.

- 2) Congelación: la botella se puso en el congelador del mismo refrigerador, de nuevo con una configuración de temperatura media.
- 3) En una hielera: en este método se colocó una cantidad aproximada a los 2.5 kg de hielo en el recipiente y se agregó una cantidad de 250 ml de agua, medidos con una taza, junto con una cucharada cafetera de sal, esto con la intención de acelerar el proceso de derretimiento del hielo y favorezca al enfriamiento de la botella con el líquido. Posteriormente se colocó la botella acostada y cubierta con el mismo hielo.
- 4) Congelación envuelta en papel: este método es el que sustenta el título en cuanto al mito que se busca corroborar o romper. Como los pliegos de la servitoalla son rectangulares, la botella se envolvió de manera que el largo del pliego cubriera la

altura del envase, para posteriormente vaciar 175 ml sobre el mismo, ya envuelto en el papel, y posteriormente introducirlo al congelador.

Para realizar las mediciones se llevó a cabo un sorteo (aleatoriamente) de manera que se eligieran papeles enumerados del 1 al 4, de dos urnas improvisadas, de donde la primera denotaba el método a aplicar (enumerados previamente en él orden que se han mencionado) y la segunda la concentración de alcohol de la cerveza (enumerados en él orden que se han mencionado). Después de escogida el método de enfriamiento y la cerveza, se dejó enfriar por un tiempo de 15 minutos medidos con un temporizador, proporcionado por la computadora, el cual daba una alarma para indicar que se tenía que retirar la cerveza. Esto se realizó con las pinzas metálicas para evitar una influencia externa directa que afectara de manera importante la temperatura de la botella, las cuales sirvieron de apoyo para lograr abrir con el abrebotellas sin ningún problema. Se introducían cervezas con intervalo de 5 minutos, dado que solo se contó con un sensor y se tenían que hacer las mediciones una por una, de otra manera si se introducían las botellas al mismo tiempo se tenían que medir al mismo tiempo, así se solucionó esta traba.

La toma de temperatura se llevó a cabo con el sensor de temperatura de Vernier®. Este sensor se mantuvo 30 segundos sumergido para tomar la temperatura del líquido, tomando como dato definitivo la última lectura registrada por este mismo. El intervalo de espera para la medición servía para que el sensor regresara a la temperatura ambiente y no hubiera variación significativa al momento de tomar la medición.

EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA

Como se ha ido observando a lo largo del texto, es más que clara nuestra intención en cuanto a lo que se busca. Se sustenta el experimento estadísticamente con la teoría expuesta en la sección anterior para poder dar hincapié en cuanto a los resultados que se obtengan. Este experimento puede servir posteriormente para dar paso a nuevas investigaciones en la materia, tal vez con fines industriales más específicos.

De tal manera nosotros solo hacemos alusión a cuatro métodos caseros propuestos para hacer más amenas las actividades de recreación social. Sosteniendo de antemano que se pueden recrear las circunstancias en las que se realizó dicho experimento.

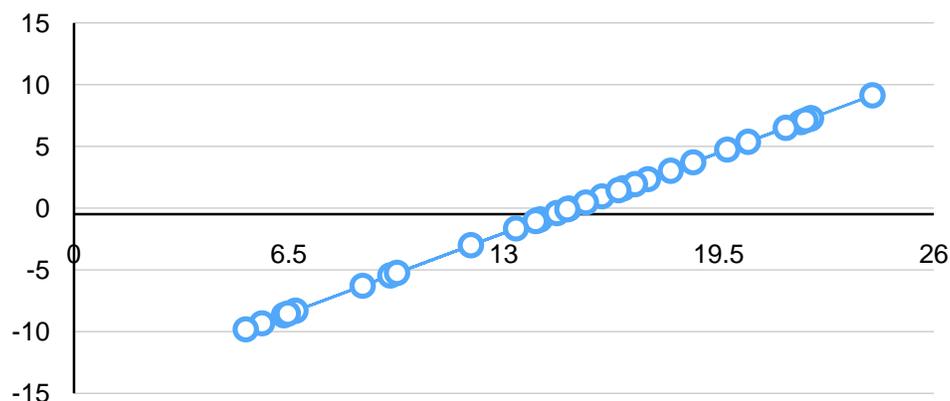
RESULTADOS

A lo largo de los cálculos se manejará un grado del 95% de confiabilidad. La verificación de los supuestos de normalidad, homogeneidad e independencia arrojó los siguientes resultados:

Para la prueba de Shapiro-Wilks de normalidad $W_{calc} = 0.944 < 0.986 = W_{0.05,32}$. Por lo tanto se puede afirmar que no hay pruebas suficientes para decir que los datos no provienen de una población normal, es decir, los datos se distribuyen normalmente.

La prueba de Bartlett para homogeneidad de las varianzas dio como resultado el estadístico $\chi_0^2 = 6.4062 < \chi_{(0.05,7)}^2 = 14.067$. Por lo tanto no se rechaza nuestra hipótesis nula, es decir no existen pruebas suficientes para afirmar que los datos se distribuyen homogéneamente.

Gráfica 1. Análisis de independencia



Como se puede observar en la gráfica el comportamiento de los datos es inmejorable por lo que el supuesto de independencia se cumple, de ahí que los supuestos quedaran comprobados.

La prueba de ANOVA se realizó con réplica dando la siguiente tabla:

Tabla 3. ANOVA diseño de bloques completamente aleatorizado

Fuente de variabilidad	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado Medio	F_{calc}
Método	796.4824375	6	132.7470729	26.2383536
% alcohol	39.4480375	6	6.574672917	1.29952841
Error	96.1262442	19	5.05927601	
Total	932.0567192	31		

Con esto corroboramos la hipótesis que teníamos en un comienzo por el hecho de que para el método es más que evidente que H_0 se debe rechazar, debido a que $F_{calc} = 58.54157836 > F_{(6,19)} = 2.63$, es decir existen diferencias entre los métodos, y a juzgar, bastante alta entre los cuatro métodos propuestos. Se alcanza a percibir una diferencia entre los distintos volúmenes de alcohol en la cerveza, comparado su F_{calc} con $F_{(6,19)}$ atribuyéndole cierta responsabilidad en el cambio de temperatura a la variación en el volumen de alcohol en la cerveza.

Para poder encontrar cual es el método con mayor diferencia se recurrió a realizar una prueba de contrastes, dando los resultados de la siguiente tabla de ANOVA para contrastes ortogonales:

Tabla 4. ANOVA de contrastes.

Fuente de Variabilidad	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado Medio	F_{calc}
Método	796.4824375	6	132.7470729	26.2383536
Refrigerador vs los otros 3	492.261173	1	492.261173	97.2987385
Congelador vs hielera y servilleta	174.875029	1	174.875029	34.5652281
Hielera vs servilleta	129.272454	1	129.272454	25.5515717
Error	96.1262442	19	5.05927601	
Total	932.0567192	31		

Lo que nos dice que comparados los valores de la tabla arriba con $F_{(1,19)} = 4.83$, todos los métodos son diferentes entre sí, por lo que no tienen relación las principales fuentes de estudio.

A partir de aquí se determinó que método tuvo mejores dividendos comparando los resultados de las mediciones (uno por uno) con respecto al punto medio del intervalo dado en la sección del marco teórico del texto (8 °C), esto con el fin de hacer una comparación de que tan alejados están los resultados con respecto a la temperatura ideal, al calcular los promedios de dichas mediciones se obtuvo lo siguiente:

Tabla 5. Diferencia promedio

	Refrigerador	Congelador	Hielera	Servilleta
Diferencia promedio	13.81	8.57	0.00	5.69

Promedio de las diferencias de cada medición con respecto al punto medio del intervalo [3,13] °C.

Por lo que podemos decir que al usar la hielera para enfriar la cerveza tuvo mejores dividendos al presentar en promedio una diferencia nula con respecto a los 8 °C establecidos por nosotros, en base al intervalo de la temperatura ideal, es decir, este método es el más efectivo para enfriar la cerveza. Le sigue el método que consiste en envolver la botella en una servilleta, mojarla e introducirla al congelador. En tercer puesto se encuentra el método que involucra al congelador y por último el menos efectivo es el de la refrigeración convencional.

CONCLUSIONES

Nuestro diseño de bloques completamente aleatorizado nos arroja que, efectivamente, existen diferencias entre los métodos de enfriamiento al ser la $F_{calc} = 58.54157836 > F_{(6,19)} = 2.63$ es mucho menor, con un grado de confiabilidad del 95%. Y hay una influencia mínima en el grado de alcohol sobreentendido que no existe tanta diferencia entre la $F_{calc} = 1.29952841 < F_{(6,19)}$. Estas afirmaciones están respaldadas con la comprobación de nuestros tres supuestos: normalidad, homogeneidad e independencia (pruebas que resultaron, todas, positivas). Al presentarse valores críticos menores a los valores estadísticos de las tablas correspondientes a un grado de confiabilidad del 95%. $W_{calc} = 0.944 < 0.986 = W_{0.05,32}$ para la prueba de Shapiro-Wilks, $\chi_0^2 = 6.4062 < \chi_{(0.05,7)}^2 = 14.067$ para la prueba Bartlett de homogeneidad de varianzas y gráficamente se puede observar el buen comportamiento de los datos en la prueba de independencia.

Al intentar averiguar cuál es el método que dista más de los otros en su proceso se logró concluir que todos son distintos entre sí mediante la prueba de contrastes arrojando valores muy alejados de las F_{tab} en todos los casos al realizar las comparaciones, como se observó en la tabla correspondiente.

Habiendo establecido una temperatura ideal de 8 °C (como punto medio), se logró concluir una efectividad en los métodos con la siguiente jerarquía: introducir la cerveza en una

hielera (con aproximadamente un kilo de hielo), enredar la cerveza con una servilleta mojada e introducirla al refrigerador, introducir la cerveza al congelador y, finalmente, introducir la cerveza al refrigerador. Lo cual cumple con una visión a priori de la situación.

BIBLIOGRAFÍA

al, A. J. (1985). *Beer Cooling Apparatus*. United States Patent.

al, G. L. (1933). *Method of and Apparatus for Refrigeration*. United States Patent Office.

Gordon, J. M. (s.f.). *Cool Thermodynamics: The engineering and Physics of Predictive Diagnostic and Optimization Methods for Cooling Systems*.

Hornsey, I. S. (2003). *History of beer and brewing*. Cambridge, RSC Paperbacks.

Guitierrez Pulido Humberto, R. d. (2008). *Análisis y Diseño de Experimentos*. México: McGraw-Hill.

LeBlanc, R. B. (1971). *Portable Beer Dispenser*. United States Patent Office.

Mosher, R. (2009). *Tasting Beer*. United States: Storey Publishing.

Riley, M. J., III, G. N., & Grimm, R. E. (s.f.). *Apparatus and Method for Dispensing a Cool Beverage*.

Walpole Ronald E., R. H. (2012). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. Pearson.

Sandsto, B. P. (1964). *Beer Keg Cooler*. United States Patent Office.

Schmock, C. J. (1951). *Refrigeration Equipment for Beer Cooling and Ice-Cube Making*. United States Patent Office.

Tennant, E. E. (1954). *Beer Cooling Apparatus*. United States Patent Office.

APLICACIONES DE LAS CURVAS DE BÉZIER

Autores: Karla Campos Martínez, María Elena Irigoyen Carrillo. **Asesor:** Dra. Alicia López Betancourt

karla_campos_1993@hotmail.com, mariaelena940803@hotmail.com

Nivel educativo: Superior, **Categoría:** Análisis numérico

Palabras clave: Curvas, Bézier, Software, Aplicaciones.

Resumen: El método de las curvas de Bézier es un sistema que se desarrolló en los años 1960. Para describir las curvas de Bézier resulta conveniente expresarlas a partir de las propiedades de los polinomios de Bernstein. En busca de desarrollar técnicas que nos permitan tener una mejor comprensión sobre el método de las curvas de Bézier y de sus aplicaciones, hemos recurrido al uso de Geogebra para la construcción de las curvas. El presente trabajo expone los principios introductorios a Curvas de Bézier.

INTRODUCCIÓN

Para desarrollar el trazado de dibujos técnicos, aplicados al diseño aeronáutico o en el de automóviles, es importante aplicar métodos de descripción matemática que nos permitan facilitar su creación. Un método que resulta atractivo y eficiente es la aplicación las Curvas de Bézier, un sistema que se desarrolló en los años 1960 por Pierre Bézier quién una vez que desarrollo el método lo usó posteriormente con profusión en el diseño de las diferentes partes de los cuerpos de un automóvil, con ayuda de herramientas computacionales.

Posteriormente, los inventores de nuevos software, introdujeron en su código el método de Bézier para la generación del código de las curvas y los trazados.

La idea viene a partir de tratar de definir geoméricamente las formas, por ejemplo, un punto A tiene unas coordenadas (x_1, y_1) y a un punto B le corresponde (x_2, y_2) . Para trazar una recta entre ambos basta con conocer su posición. Pero si en lugar de unir dos puntos con una recta se unen con una curva, surgen los elementos esenciales de una curva Bézier. Además de ser de suma importancia el uso de este método actualmente para las grandes fábricas en cuestión de diseño, ahora resulta bastante interesante su aplicación y su definición pues son la base universal para los programas de dibujo vectorial, retoque fotográfico, animación vectorial, e incluso sistemas de impresión de alta calidad por ordenador.

Las ventajas que ofrece el dibujo vectorial con curvas y objetos de Bézier resultan numerosas: precisión en la información contenida, facilidad de transmisión y de ampliación y, sobre todo, buenas propiedades geométricas, así como una extrema facilidad de

modificación de un punto de control con efectos naturales sobre las formas de las curvas resultantes. Las curvas de Bézier son tan fáciles de definir y precisar como de modificar y alterar.

Podemos definir las curvas de Bézier a través de dos caminos diferentes: el modelo de Bézier basado en la construcción de los polinomios y Bernstein y el modelo seguido por Casteljou. Estudiaremos de manera más detallada el primero en nuestro trabajo.

OBJETIVO

Tenemos como objetivo que el lector sea capaz de comprender los resultados obtenidos a través del trabajo, así como que puedan definir los términos empleados y busquen aplicar los conocimientos adquiridos. Algunos de los temas a desarrollar se presentan en la siguiente lista.

- Polinomio de Bernstein.
 1. Definición
 2. Propiedades
 3. Algunos ejemplos
- Curvas de Bézier a partir de los polinomios de Bernstein.
 1. Definición
 2. Construcción de las Curvas de Bézier.
 - a) Curvas lineales de Bézier
 - b) Curvas cuadráticas de Bézier
 - c) Curvas cúbicas de Bézier
 3. Generalización de las Curvas de Bézier
- Construcción de curvas de Bézier aplicando software especializado en construcciones geométricas y dibujo vectorial. (Geogebra y Microsoft Mathematics)

MARCO TEÓRICO

El método de las curvas de Bézier es un sistema que se desarrolló en los años 1960. Su denominación es en honor a Pierre Bézier.

Las curvas de Bézier fueron publicadas por primera vez en 1962 por el ingeniero francés Pierre Bézier, que las usó posteriormente con profusión en el diseño de las diferentes partes de los cuerpos de un automóvil. Las curvas fueron desarrolladas por Paul de Casteljaou usando el algoritmo que lleva su nombre. Se trata de un método numéricamente estable para evaluar las curvas de Bézier.

Posteriormente, los inventores del PostScript, lenguaje que permitió el desarrollo de sistemas de impresión de alta calidad desde el ordenador, introdujeron en ese código el método de Bézier para la generación del código de las curvas y los trazados.

Este sistema tiene el propósito de interpolar los puntos nombrados nodos a través de las llamadas curvas de Bézier. Entre otros métodos de interpolación destacan también los métodos de Neville, Mínimos Cuadrados, LaGrange y Diferencias Divididas. Todos estos vistos en clase.

A diferencia de los demás métodos, las Curvas de Bézier nos ayuda a trabajar con funciones con coordenadas polares, pues este método resulta más efectivo para interpolar funciones que formen figuras, como caracoles, pétalos, etc.

Algunas herramientas computacionales empleadas

En busca de desarrollar técnicas que nos permitan tener una mejor comprensión sobre el método de las curvas de Bézier y de sus aplicaciones, hemos dado uso a software especializado en construcciones geométricas y, dibujo y animación vectorial. Algunos de los procesadores geométricos empleados son Geogebra y Microsoft Matemáticas

GeoGebra

Su creador Markus Hohenwarter, comenzó el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo y lo continúa en la Universidad de Atlantic, Florida.

GeoGebra está escrito en Java y por tanto está disponible en múltiples plataformas.

Es básicamente un procesador geométrico y un procesador algebraico, es decir, un compendio de matemática con software interactivo que reúne geometría, álgebra y cálculo, que nos permite realizar el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales.

Microsoft Matemáticas

Microsoft Matemáticas o Microsoft Matemáticas (antes conocida como Microsoft Math) es un software educativo, diseñado para Microsoft Windows, que permite a los usuarios resolver problemas matemáticos y científicos. Desarrollado y operado por Microsoft, está concebido principalmente como una herramienta educativa para los estudiantes.

Un complemento gratuito acerca de Microsoft Word y Microsoft OneNote, llamado Add Microsoft Word y OneNote Matemáticas, fue puesto a disposición por parte de Microsoft. Ofrece una funcionalidad similar a la del programa (requiere Word 2007 o superior para la instalación)

Microsoft Mat contiene características que están diseñadas para ayudar a los estudiantes en las áreas de matemáticas, ciencia y tecnología, así como para educar al usuario. La aplicación cuenta con herramientas tales como una calculadora gráfica y un conversor de unidades. También incluye un solucionador de triángulos, una biblioteca de fórmulas y ecuaciones, y solucionador de ecuación, que ilustra el proceso paso a paso para resolver los problemas, lo cual es útil para los estudiantes.

METODOLOGÍA

Curvas de Bézier

Las Curvas de Bézier a partir de los polinomios de Bernstein

Para describir las curvas de Bézier de manera sencilla nos resulta conveniente expresarlas a partir del concepto y propiedades de los polinomios de Bernstein.

Siendo así comenzamos describiendo las características esenciales de estos polinomios.

Polinomios de Bernstein

Podemos describir la unidad mediante la siguiente expansión binomial.

$$1 = (u + (1 - u))^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} u^i (1 - u)^{n-i}$$

Y a partir de esta expresión podemos definir los llamados polinomios Bernstein.

Definición (polinomio de Bernstein)

Llamamos polinomios de Bernstein de grado n al polinomio dado por la expresión)

$$B_i^n(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i}, \quad i = 0, 1, \dots, n$$

Algunas propiedades fundamentales de estos polinomios son de gran utilidad para realizar construcciones futuras. A continuación se presentan las propiedades esenciales de los polinomios de Bernstein.

Propiedad 1: Los polinomios de Bernstein son linealmente independientes, simétricos y sus únicas raíces son 0 y 1.

Propiedad 2: Los polinomios de Bernstein pueden generarse fácilmente de forma recursiva mediante la expresión.

$$B_i^{n+1}(u) = uB_{i-1}^n(u) + (1-u)B_i^n(u)$$

Donde

$$B_{-1}^n = B_{n+1}^n = 0 \quad y \quad B_0^0 = 1$$

Propiedad 3: Los polinomios de Bernstein forman una partición de la unidad, lo que podemos expresar mediante la relación

$$\sum_{i=0}^n B_i^n(u) = 1, \quad u \in R$$

Propiedad 4: Los polinomios de Bernstein son positivos en el intervalo abierto $(0,1)$.

Algunos Ejemplos

Ejemplo 1:

Construir los polinomios de Bernstein de grado $n = 3$.

Solución: Para el caso $n = 3$ tenemos polinomios cúbicos, que constituyen el caso más utilizado para la construcción de las curvas de Bézier. Tendremos:

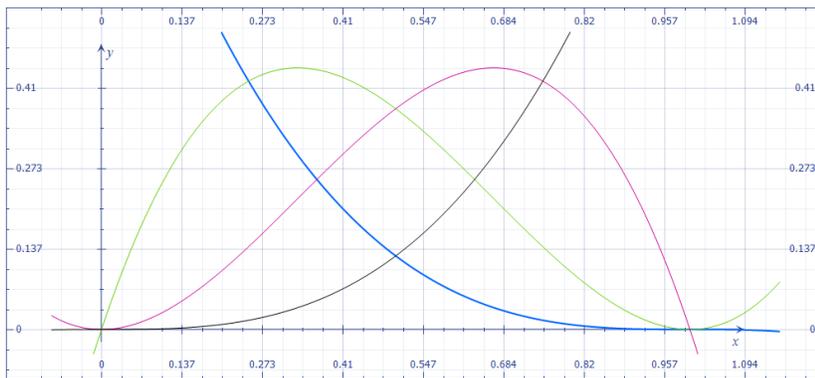
$$B_0^3(u) = \binom{3}{0} u^0 (1-u)^{3-0} = \frac{3!}{0! 3!} (1-u)^3 = 1 - 3u + 3u^2 - u^3$$

$$B_1^3(u) = \binom{3}{1} u^1 (1-u)^{3-1} = \frac{3!}{1! 2!} (1-u)^2 = 3u - 6u^2 + 3u^3$$

$$B_2^3(u) = \binom{3}{2} u^2 (1-u)^{3-2} = \frac{3!}{2! 1!} (1-u)^1 = 3u^2 - 3u^3$$

$$B_3^3(u) = \binom{3}{3} u^3 (1-u)^{3-3} = \frac{3!}{3! 0!} (1-u)^0 = u^3$$

Gráfica 1. Polinomio de Bernstein de grado $n=3$



$$f(u) = 1 - 3u + 3u^2 - u^3$$

$$g(u) = 3u - 6u^2 + 3u^3$$

$$h(u) = 3u^2 - 3u^3$$

Ejemplo 1.1

Construir los polinomios de Bernstein de grado $n = 4$.

Solución: Para el caso $n=4$ tenemos polinomios a la cuarta potencia. Tendremos:

$$B_0^4(u) = \binom{4}{0} u^0 (1-u)^{4-0} = \frac{4!}{0! 4!} (1-u)^4 = (1-u)^4$$

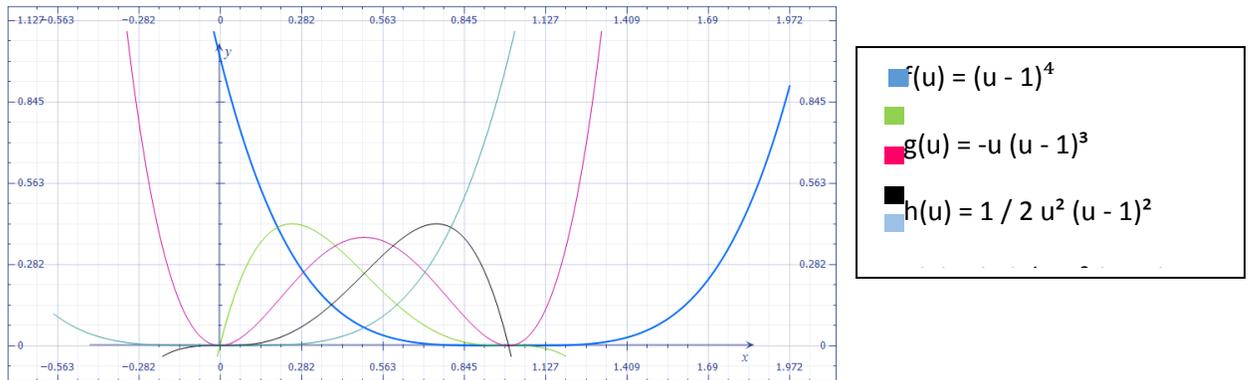
$$B_1^4(u) = \binom{4}{1} u^1 (1-u)^{4-1} = \frac{4!}{1! 3!} (1-u)^3 = -u(1-u)^3$$

$$B_2^4(u) = \binom{4}{2} u^2 (1-u)^{4-2} = \frac{4!}{2! 2!} (1-u)^2 = \frac{1}{2} u^2 (1-u)^2$$

$$B_3^4(u) = \binom{4}{3} u^3 (1-u)^{4-3} = \frac{4!}{3! 1!} (1-u)^1 = -\frac{1}{6} u^3 (1-u)$$

$$B_4^4(u) = \binom{4}{4} u^4 (1-u)^{4-4} = \frac{4!}{4! 0!} (1-u)^0 = \frac{1}{24} u^4$$

Gráfica 2. Polinomio de Bernstein de grado $n = 4$.



Representación en forma paramétrica.

De aquí en adelante utilizaremos la representación en forma paramétrica, dado que algunas propiedades de estas curvas tienen una interpretación geométrica más fácil de visualizar que en el caso no paramétrico. Pongamos entonces:

$$C(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_i(u) \quad 0 \leq t \leq 1$$

Donde:

$P_i \equiv (x_i, y_i)$ si la curva es de \mathbb{R}^2 y $P_i \equiv (x_i, y_i, z_i)$ si la curva es de \mathbb{R}^3

$$B_k = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i}$$

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

Estos coeficientes P_i respecto a la base de Bernstein serán denominados en lo sucesivo Puntos de control de la curva de Bézier y enseguida veremos la razón de ello.

Ejemplo 1.2

Construir los polinomios de Bernstein de grado $n=3$.

Para $n = 3$

$$C(t) = \sum_{i=0}^3 P_i B_i(u) = P_0 B_0(t) + P_1 B_1(t) + P_2 B_2(t) + P_3 B_3(t)$$

$$B_0(u) = (1-x)^3 \quad B_1(u) = 3x(1-x)^2 \quad B_2(u) = 3x^2(1-x) \quad B_3(u) = x^3$$

Por lo tanto

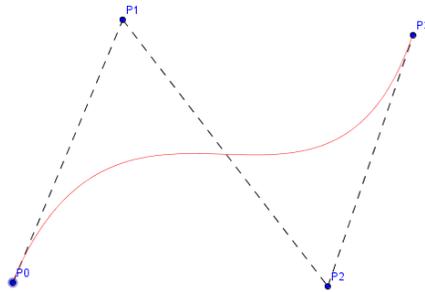
$$C(t) = \sum_{i=0}^3 P_i B_i(u) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t) P_2 + t^3 P_3$$

Analógamente al caso $n = 1$ tenemos

$$C(0) = P_0$$

$$C(1) = P_3$$

Gráfica 3. Gráfica creada en GeoGebra



Curvas de Bézier

Dado un conjunto de puntos de la forma $\{b_i\}_{i=0}^n \quad b_i \in \mathbb{R}^2$ la curva de Bézier viene dada por la expresión:

$$b(t) = \sum_{i=0}^n b_i B_i^n(t)$$

Donde $B_i^n(t)$, $i=0,1,\dots,n$ son los polinomios de Bernstein de grado n sobre el parámetro $t \in [0,1]$

Suponemos que los puntos de control vienen dados por coordenadas $b_i = (x_i, y_i) \quad i = 0, 1, \dots, n$.

Entonces podemos escribir la expresión de la curva de Bézier como:

$$b(t) = (x(t), y(t))$$

O bien, como:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n x_i B_i^n(t) \quad y(t) = \sum_{i=1}^n y_i B_i^n(t)$$

Dados los puntos P_0, P_1, \dots, P_n la curva de Bézier es del tipo:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} P_i (1-t)^{n-1} t^i = P_0 (1-t)^n + \binom{n}{1} P_1 (1-t)^{n-1} t + \dots + P_n t^n, \quad t \in [0,1]$$

Una de las enormes ventajas que nos ofrece trabajar con curvas de Bézier es lo sencillo que resulta modificar la forma de cualquiera de ellas realizando pequeños ajustes sobre los puntos de control. Cambiando las coordenadas de cualquier punto conseguimos cambiar la forma de la curva, sin necesidad de generarla de nuevo.

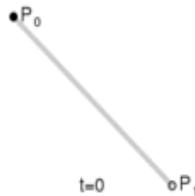
EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA

Construcción de las curvas de Bézier

Curvas lineales de Bézier

Dados dos puntos P_0 y P_1 como se muestra en la figura, una curva lineal de Bézier es una línea recta entre ambos puntos. La curva está dada por la expresión:

Figura 1. Curva lineal de Bézier



$$B(t) = P_0 + (P_1 - P_0)t = (1-t)P_0 + tP_1, \quad t \in [0,1]$$

La t en la función para la curva lineal de Bézier se puede considerar como un descriptor de cuán lejos está $B(t)$ de P_0 a P_1 .

Curvas cuadráticas de Bézier

Una curva cuadrática de Bézier es el camino trazado por la función $B(t)$, dados los puntos:

P_0, P_1, P_2

$$B(t) = (1 - t)^2 P_0 + 2t(1 - t)P_1 + t^2 P_2, \quad t \in [0,1]$$

Para curvas cuadráticas se pueden construir puntos intermedios desde Q_0 a Q_1 tales que varía de 0 a 1:

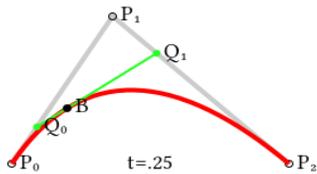


Figura 2. Curva cuadrática de Bézier

- Punto Q_0 varía de P_0 a P_1 ; y describe una curva lineal de Bézier.
- Punto Q_1 varía de P_1 a P_2 ; y describe una curva lineal de Bézier.
- Punto $B(t)$ varía de Q_0 a Q_1 ; y describe una curva cuadrática de Bézier.

Curvas cúbicas de Bézier

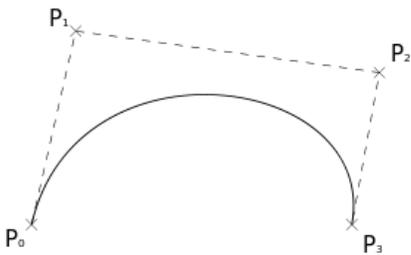


Figura 3. Curva cúbica de Bézier donde se aprecian los puntos o nodos de anclaje P_1 y P_2

Cuatro puntos del plano o del espacio tridimensional, P_0, P_1, P_2 y P_3 definen una curva cúbica de Bézier. La curva comienza en el punto P_0 y se dirige hacia P_1 y llega a P_3 viniendo de la dirección del punto P_2 . Usualmente, no pasará ni por P_1 ni por P_2 . Estos puntos sólo están ahí para proporcionar información direccional. La distancia entre P_0 y P_1 determina ‘qué longitud’ tiene la curva cuando se mueve hacia la dirección de P_2 antes de dirigirse hacia P_3 .

Ejemplo 1.3

Determine la curva de Bézier de grano $n = 3$ que tiene los puntos de control siguientes:

$$b_0 = (0,0), \quad b_1 = (1,0), \quad b_2 = (1,1), \quad b_3 = (0,1)$$

Solución:

Sabemos a partir de la definición de los polinomios de Bernstein de grado 3, que podemos escribir la expresión de la curva de Bézier de grado 3 como:

$$b_t = b_0B_0^3(t) + b_1B_1^3(t) + b_2B_2^3(t) + b_3B_3^3(t)$$

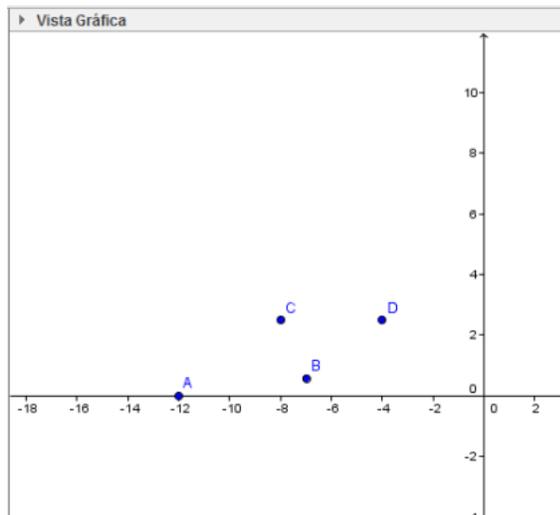
Haciendo cálculos necesarios tenemos que:

$$\begin{aligned} b_t &= b_0B_0^3(t) + b_1B_1^3(t) + b_2B_2^3(t) + b_3B_3^3(t) \\ &= (1-t)^3b_0 + 3t(1-t)^2b_1 + 3t^2(1-t)b_2 + t^3b_3 \\ &= (1-t)^3(0,0) + 3t(1-t)^2(1,0) + 3t^2(1-t)(1,1) + t^3(0,1) \\ &= (3t(1-t)^2 + 3t^2(1-t), 3t^2(1-t) + t^3) \\ &= (3t - 3t^2, 3t^2 - 2t^3) \end{aligned}$$

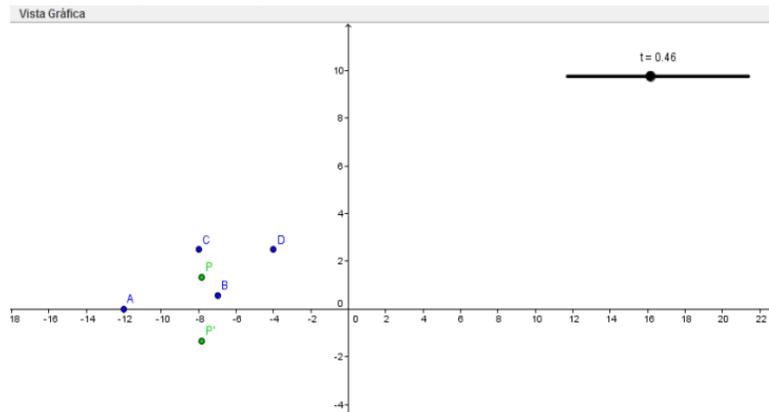
Uniendo Curvas de Bezier en Geogebra

Utilizando Geogebra haremos una figura que está formada por la unión de varias curvas de Bézier, en este caso utilizaremos las ecuaciones paramétricas.

1.- Primero introduciremos algunos puntos.

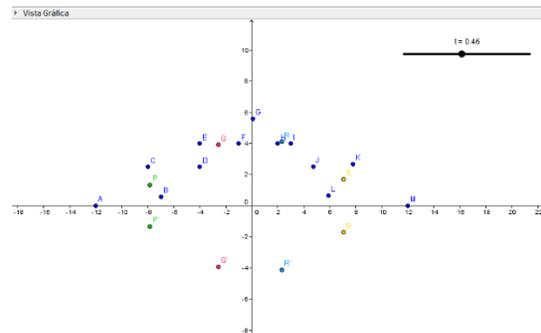
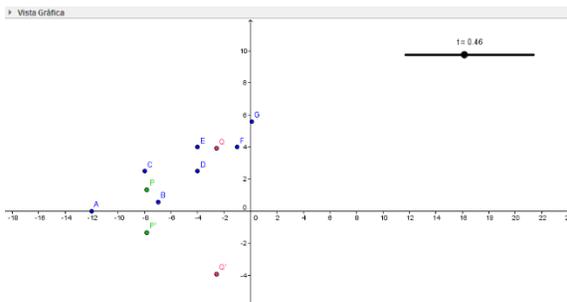


2.- Introduciremos ahora el deslizador t , y la ecuación paramétrica de la Curva de Bézier en función de t con los puntos ingresados anteriormente.

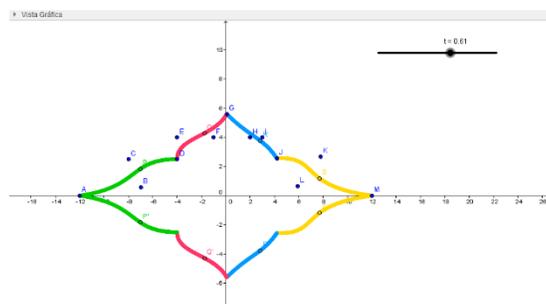


3.-Introduciremos ahora 3 puntos más, y escribiremos la ecuación paramétrica usando el último punto introducido en el paso 1 y los 3 que acabamos de añadir.

4.- Haremos este proceso 2 veces más, y al final tendremos 12 puntos y cuatro ecuaciones paramétricas de las Curvas de Bézier.



5.- Ahora activaremos el rastro y daremos animación al deslizador.



CONCLUSIONES

Durante la realización del proyecto, encontramos que las Curvas de Bézier las podemos expresar de dos maneras: por medio del algoritmo de Casteljou y de los polinomios de Bernstein. Al trabajar con los polinomios de Bernstein, se llegó a la conclusión de que las ecuaciones paramétricas de las Curvas de Bézier son las más sencillas de entender y expresar, sobre todo al momento de trabajar con Geogebra. Las curvas de Bézier se basan en puntos fijos llamados nodos, los cuales apoyados de puntos intermedios que aparecen representados unidos mediante una línea recta con un nodo y por medio del movimiento se consigue curvar o corregir la curvatura de nuestra línea, si nosotros movemos en diferentes direcciones los nodos y los puntos intermedios lograremos crear una infinidad de figuras.

Una de las aplicaciones de las curvas de Bézier es en los softwares de diseño, en varios de ellos, muchas de las herramientas que se utilizan se llaman herramientas de Bézier, las cual se basa en nodos. Las curvas Bézier se usan en la vida real más de lo que nos creemos, ya que usan polinomios y éstos se utilizan tanto en la robótica, el cálculo numérico, ingeniería, etc. Sólo hay que echar un vistazo a alguna situación en que nos podemos encontrar las curvas Bézier, como puede ser al visitar un concesionario para ver un coche para comprarlo. De hecho, las curvas Bézier las inventó un ingeniero, surgieron a raíz del concepto de automóvil.

BIBLIOGRAFÍA

Tortosa Grau Leandro, J. F. (2012). *Geometría Moderna para Ingeniería*. Club Universitario.

SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN NO LINEAL CORRESPONDIENTE A UNA OLA ESTACIONARIA REFLEJADA EN UN PUERTO

Autores: Aidé Paola Marrufo Ávila, Emma Gabriela Rubio Rosales, Erick Manuel Rodríguez Hernández. **Asesor:** Dra. Alicia López Betancourt

Aidezitha.mar@gmail.com, emmagrib@hotmail.com, erickpichu@hotmail.com

Nivel: Superior, **Categoría:** Análisis Numérico

Palabras Clave: onda, ola, puerto, periodicidad.

Resumen: En este trabajo buscaremos la solución de la ecuación de una onda estacionaria apoyándonos en los Métodos Numéricos revisados en nuestro curso de Análisis numérico. Para este problema en específico utilizaremos el Método de Newton para encontrar la solución de la ecuación ya que debido a la naturaleza periódica de la ecuación de onda dada tenemos infinitas soluciones , siendo el valor más bajo de la solución fundamental y más importante . Haremos una comparación con la respuesta que se encuentra aplicando el Método de la Secante. Basaremos nuestras conclusiones en los resultados que obtengamos al aplicar ambos métodos.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el uso de los métodos numéricos en las ciencias del mar tiene mucha importancia, ya que mediante el apoyo de estos modelos matemáticos se pueden conocer las interrelaciones de los elementos de este sistema natural además de predecir su comportamiento y ayudar a manejar situaciones muy complicadas.

La investigación que se realiza acerca de los fenómenos que ocurren en el mar ya sea su estudio colectivo o las observaciones de alguno de ellos en particular debe fundamentarse numéricamente para poder llevar a cabo alguna comprobación experimental que permita prever principalmente aquellos fenómenos cuyas variaciones son muy grandes.

OBJETIVO

Buscar la solución de la ecuación de una onda estacionaria apoyándonos en los Métodos Numéricos revisados en nuestro curso de Análisis numérico.

Para este problema en específico utilizaremos el Método de Newton para encontrar la solución de la ecuación ya que debido a la naturaleza periódica de la ecuación de onda dada tenemos infinitas soluciones , siendo el valor más bajo de la solución fundamental y más importante .

MARCO TEÓRICO

Ola: En física, una onda es una propagación de una perturbación de alguna propiedad de un medio, por ejemplo, densidad, presión, campo eléctrico o campo magnético, que se propaga a través del espacio transportando energía. El medio perturbado puede ser de naturaleza diversa como aire, agua, un trozo de metal o el vacío. Las olas son ondas que se desplazan por la superficie de mares, océanos, ríos, lagos, canales, etc.

Explicación física más clara

Las olas del mar son ondas sísmicas (es decir, perturbaciones de un medio material) de las llamadas superficiales, que son aquellas que se propagan por la interfaz (la frontera) entre dos medios materiales. En este caso se trata del límite entre la atmósfera y el océano. Cuando pasa una ola por aguas profundas (a una profundidad mayor a $1/20$ de su longitud de onda), las moléculas de agua regresan casi al mismo sitio donde se encontraban originalmente. Se trata de un vaivén con una componente vertical, de arriba a abajo, y otra longitudinal, la dirección de propagación de la onda.

Hay que distinguir dos movimientos. El primero es la oscilación del medio movido por la onda, es un movimiento circular. El segundo es la propagación de la onda, que se produce porque la energía se transmite con ella, trasladando el fenómeno con una dirección y velocidad, llamada en este caso velocidad de onda.

En realidad se produce un pequeño desplazamiento neto del agua en la dirección de propagación, dado que en cada oscilación una molécula o partícula no retorna exactamente al mismo punto, sino a otro ligeramente más adelantado. Es por esta razón por la que el viento no provoca solamente olas, sino también corrientes superficiales.

Conforme el oleaje se aproxima hacia la costa, sus características se ven afectadas cuando la profundidad del agua comienza a ser menor que la semi-longitud de onda, y por los efectos de la refracción. Cuando la ola se encuentra con un obstáculo en la superficie, se modifica según los fenómenos de difracción y reflexión; también se puede modificar por un obstáculo sumergido, alterándose el movimiento orbital de las partículas hasta una cierta profundidad.

Parámetros

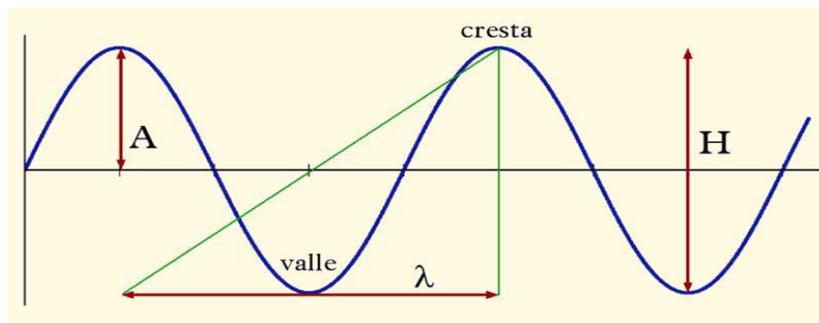
La parte más alta de una ola es su cresta, y la parte más profunda de la depresión entre dos olas consecutivas se llama valle. A la distancia entre dos crestas se le denomina longitud de onda (λ) y a la diferencia de altura entre una cresta y un valle se le llama altura de la ola. La amplitud es la distancia que la partícula se aparta de su posición media en una dirección perpendicular a la de la propagación. La amplitud vale la mitad de la altura. La pendiente (δ) es el cociente de la altura y la longitud de onda: $\delta = H / \lambda$

Se llama período (τ) al tiempo que transcurre entre el paso de dos crestas consecutivas por el mismo punto. La velocidad de onda (también llamada velocidad de fase o celeridad), es decir la velocidad de propagación, se calcula dividiendo la longitud de onda por el período:

$$c = \lambda / \tau$$

En aguas profundas ($> \lambda/2$) la velocidad de onda es proporcional a la longitud de onda, en aguas muy superficiales ($< \lambda/2$) por el contrario depende sólo de la profundidad.

Imagen 1. Parámetros de las olas: A = amplitud. H = altura. λ = longitud de onda.



METODOLOGÍA

Método de Newton

En análisis numérico, el método de Newton (conocido también como el método de Newton-Raphson o el método de Newton-Fourier) es un algoritmo eficiente para encontrar aproximaciones de los ceros o raíces de una función real. También puede ser usado para

encontrar el máximo o mínimo de una función, encontrando los ceros de su primera derivada.

Descripción del método

El método de Newton-Raphson es un método abierto, en el sentido de que su convergencia global no está garantizada. La única manera de alcanzar la convergencia es seleccionar un valor inicial lo suficientemente cercano a la raíz buscada. Así, se ha de comenzar la iteración con un valor razonablemente cercano al cero (denominado punto de arranque o valor supuesto). La relativa cercanía del punto inicial a la raíz depende mucho de la naturaleza de la propia función; si ésta presenta múltiples puntos de inflexión o pendientes grandes en el entorno de la raíz, entonces las probabilidades de que el algoritmo diverja aumentan, lo cual exige seleccionar un valor supuesto cercano a la raíz. Una vez se ha hecho esto, el método linealiza la función por la recta tangente en ese valor supuesto. La abscisa en el origen de dicha recta será, según el método, una mejor aproximación de la raíz que el valor anterior. Se realizarán sucesivas iteraciones hasta que el método haya convergido lo suficiente.

Sea $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ función derivable definida en el intervalo real $[a, b]$. Empezamos con un valor inicial x_0 y definimos para cada número natural n

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Donde f' denota la derivada de f .

Nótese que el método descrito es de aplicación exclusiva para funciones de una sola variable con forma analítica o implícita cognoscible. Existen variantes del método aplicables a sistemas discretos que permiten estimar las raíces de la tendencia, así como algoritmos que extienden el método de Newton a sistemas multivariados, sistemas de ecuaciones, etc.

Método de la secante

En análisis numérico el método de la secante es un método para encontrar los ceros de una función de forma iterativa. Es una variación del método de Newton-Raphson donde en vez de calcular la derivada de la función en el punto de estudio, teniendo en mente la definición de derivada, se aproxima la pendiente a la recta que une la función evaluada en el punto de estudio y en el punto de la iteración anterior. Este método es de especial interés cuando el coste computacional de derivar la función de estudio y evaluarla es demasiado elevado, por lo que el método de Newton no resulta atractivo.

En otras palabras, el método de la secante es un algoritmo de la raíz de investigación que utiliza una serie de raíces de las líneas secantes para aproximar mejor la raíz de una función f . El método de la secante se puede considerar como una aproximación en diferencias finitas del método de Newton-Raphson. Sin embargo, este método fue desarrollado independientemente de este último.

El método se define por la relación de recurrencia:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_n)$$

EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA

La ecuación de una ola estacionaria reflejada en un puerto está dada por:

$$h = h_0 \left[\sin\left(\frac{2\pi x}{\gamma}\right) \cos\left(\frac{2\pi t v}{\gamma}\right) + e^{-x} \right]$$

Para $\gamma = 16, t = 12, v = 48, h = 0.4h_0$, (40% de la altura inicial)

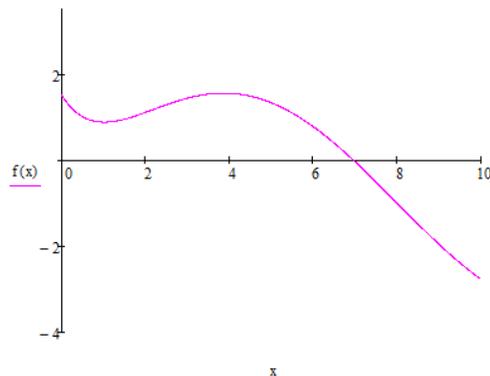
Movimiento de las moléculas de agua, en la zona superficial del mar, provocado por la acción del viento. En este movimiento, que es originariamente circular, no hay desplazamiento horizontal de dichas moléculas ni de la masa de agua por ellas constituida, aunque sí lo hay del movimiento ondulatorio generado por ese movimiento molecular. Este

tipo de olas, que se originan en alta mar, se conocen con el nombre de 'olas libres' u 'olas estacionarias'.

Cuando una ola se aproxima a la costa, el movimiento típico del mar libre, movimiento circular, se transforma, por rozamiento con el fondo, en un movimiento elíptico; la cresta de la ola avanza por este motivo más deprisa que su punto opuesto en la vertical y se produce un desplazamiento horizontal de la masa de agua que provoca la ruptura de la ola al llegar a la costa. Para nuestro caso nos dan la ecuación respectiva de la ola junto con varios parámetros de esta tales como la longitud de onda, las alturas respectivas, la velocidad, el tiempo y nos piden hallar la distancia donde rompe la ola dada por x . Debido a la presencia de por ejemplo la función logarítmica estamos en presencia de una ecuación no lineal y se procederá a hallar las soluciones mediante los métodos anteriormente descritos.

Para hallar la solución dada se pueden aplicar varios métodos enseñados en el curso de Análisis Numérico, tales como de Aproximaciones Sucesivas, El método de Newton, Método de la secante, etc. Para hallar nuestra solución se usó el método de Newton debido a su rápida convergencia en hallar la solución así como el más fácil de entender y aplicar, se comprobaron dichos resultados con el método de la secante obteniéndose los mismos valores de x .

Gráfica 2. Valores de 'x' obtenidos



La solución más pequeña positiva se encuentra en el intervalo $[5,10]$.

RESULTADOS

En el problema de la onda estacionaria se tiene una ecuación periódica debido a la presencia de la variable independiente x dentro de una función seno, por lo tanto vamos a tener múltiples respuestas debido a la periodicidad de esta función.

CONCLUSIONES

Debido a la naturaleza oscilatoria de las ondas del mar, se tendrán múltiples respuestas sin embargo se considerara a la solución fundamental a la solución más pequeña positiva.

Se tienen infinitos cruces de la función por cero debido a que para grandes valores de x la función exponencial tienen a cero, quedando solo la ecuación seno multiplicada por una constante y desplazada para abajo en 0.4, por lo tanto corta al eje horizontal (eje x) 2 veces en cada periodo. Al hallar las 2 primeras soluciones, se puede ver que las demás soluciones son simplemente soluciones iguales

En este trabajo se pudo comprobar la eficacia de estos método iterativos, encontrando satisfactoriamente la respuesta y se vio que a pesar de tener términos no lineales como la función exponencial, estos sólo prevalecen para una región del problema, que en nuestro caso para hallar la solución prácticamente no tiene mayor efecto en los valores finales.

BIBLIOGRAFÍA

Aljama C. Tomás, C. M. (1998). *Procesamiento Digital de Señales*. México: Universidad Autónoma Meropolitana.

R., C. S. (1994). *Métodos Numéricos para Ingenieros*. N.Y.: Mc Graw Hill.

COMPARACIÓN DE CINCO MARCAS DE AGUA PURIFICADA MEDIANTE ANÁLISIS MICROBIOLÓGICO DEL AGUA

Autores: Araceli Lucero Ramos, Zuleika Buendía Martínez., **Asesor:** M.C.N Fidel Esteban Flores Ocampo

Lucerito_mio06@hotmail.com, zuLeeika_1402@hotmail.com

Nivel: Superior **Categoría:** Diseño de experimentos

Palabras clave: Marcas de agua purificada, comparación, microorganismos, agar nutritivo, diseño completamente aleatorio.

Resumen: Se diseña un experimento completamente aleatorizado considerando la marca local de agua purificada como la variable. El proceso de elección de las marcas pretende cubrir toda la ciudad de Durango por lo que se eligen locales en puntos distintos cubriendo norte, sur, este, oeste y centro de la ciudad. Para realizar la comparación se somete cada muestra al método de siembra por agar nutritivo del cual se obtienen los datos mediante un conteo de los organismos formadores de colonias, la cantidad de organismos encontrados en cada muestra varía, ya que una de las marcas (vital) no contiene microorganismos en su segunda replica y en cambio en otra marca (real) en su segunda replica contamos 3710.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación busca conocer si existe diferencia microbiológicamente hablando, entre cinco marcas registradas como “Llenado de garrafón” que ofrecen un servicio de agua potable para el consumo humano. Los datos fueron recabados por medio de un Análisis Químico llamado “Agar Nutritivo”. Se lleva a cabo el análisis y se registra el número de microorganismos formadores de colonias que arroja cada una de las muestras. En este trabajo nos auxiliamos del método de “Diseño completamente aleatorizado”.

OBJETIVO

Objetivo general

Comparar si existen diferencia entre las cinco marcas distintas de agua en la cantidad de microorganismos formadores de colonias.

Objetivo particular

- Conocer la cantidad de microorganismos formadores de colonias que contiene cada muestra de agua.

- Comparar la cantidad de microorganismos formadores de colonias de cada muestra.
- Determinar la diferencia entre las medias de cada muestra mediante un diseño completamente aleatorizado.

MARCO TEÓRICO

El agua (del latina qua) es una sustancia cuya molécula está formada por dos átomos de Hidrógeno y uno de Oxígeno (H₂O). Es esencial para la supervivencia de todas las formas conocidas de vida. El término agua generalmente se refiere a la sustancia en su estado líquido, aunque la misma puede hallarse en su forma sólida llamada hielo, y en su forma gaseosa denominada vapor. El agua cubre el 71 % de la superficie de la corteza terrestre. Se localiza principalmente en los océanos, donde se concentra el 96.5 % del agua total, los glaciares y casquetes polares poseen el 1.74 %, los depósitos subterráneos (acuíferos), los permafrost y los glaciares continentales son el 1.72 % y el restante 0.04 % se reparte en orden decreciente entre lagos, humedad del suelo, atmósfera, embalses, ríos y seres vivos. El agua es un elemento común constituyente y que pertenece al sistema solar, hecho confirmado en descubrimientos recientes. Puede encontrarse, principalmente, en forma de hielo; de hecho, es el material base de los cometas y el vapor que compone sus colas.

Se denomina agua potable o agua para el consumo humano, al agua que puede ser consumida sin restricción debido a que por medio de un proceso de purificación no representa un riesgo para la salud. El término se aplica al agua que cumple con las normas de calidad promulgadas por las autoridades locales e internacionales. (Definicion De, 2008)

Normas de calidad

El abastecimiento para uso y consumo humano con calidad adecuada es fundamental para prevenir y evitar la transmisión de enfermedades gastrointestinales y otras, para lo cual se requiere establecer límites permisibles en cuanto a sus características microbiológicas (NOM-127-SSA1-1994)

Métodos para purificar el agua

- Hervir
- Métodos de cloro
- Tintura de Yodo
- Tabletas de Yodo
- Desinfección con luz solar
- Desinfección con luz UV
- Desalador solar
- Proceso inversa con ozono

Figura 1. Proceso osmosis inversa con ozono (Utilizado por los locales)



Desinfección por cloración

Antes de iniciar el proceso, el agua es almacenada en Tanques Plásticos y el agua es clorada con Hipoclorito Sódico al 5%. El cloro elimina la mayor parte de las bacterias, hongos, virus, esporas, protozoos y algas presentes en el agua. No se necesita añadir mucho cloro, una concentración de 0,5 ppm es suficiente para destruir bacterias e inactivar el virus, después de un tiempo de reacción mínimo de 30 minutos. La concentración de cloro es

verificada por análisis por el método de Ortolidina o mediante kits medidores de concentración de cloro.

Filtro de arenas

La función de este filtro es de detener las impurezas grandes (sólidos hasta 30 micras) que trae el agua al momento de pasar por las camas de arena y quitarle lo turbio al agua, estos filtros se limpian periódicamente. Dándoles un retro lavado a presión, para ir desalojando las impurezas retenidas que quedan dentro al momento de filtrar.

Filtro de carbón

El agua pasa por un filtro empacado con Carbón Activado. El carbón activado ha sido seleccionado considerando las características fisicoquímicas del agua, obteniendo una alta eficiencia en la eliminación de cloro, sabores y olores característicos del agua y una gran variedad de contaminantes químicos orgánicos.

Filtro pulidor

La función de este filtro es de detener las impurezas pequeñas sólidos hasta 5 micras (propriadamente pulir el agua). Los pulidores son fabricados en polipropileno grado alimenticio (FDA). Después de este paso se puede tener un agua brillante y cristalina.

Luz ultravioleta

Funciona como un germicida, ya que atenúa la vida de las bacterias, gérmenes, virus, algas y esporas que vienen en el agua, mediante la luz ultravioleta, los microorganismos no pueden proliferarse ya que la alta energía de la luz UV provoca mutaciones en el ARN o ADN (información genética) anulando o desactivando su reproducción.

Ozonificación

El Ozono es un oxidante poderoso e inocuo para los seres humanos en condiciones controladas, destruye los microorganismos en unos cuantos segundos por un proceso denominado Destrucción de Celda. La ruptura molecular de la membrana celular provocada

por el Ozono, dispersa el citoplasma celular en el agua y lo destruye, por lo que la reactivación es imposible, de esta forma al salir de esta etapa de purificación el agua se encuentra libre de gérmenes.

Lavado de garrafón

En Plantas Purificadoras de Agua se cuenta con máquinas Semi-automáticas para el lavado de garrafón, que cuentan con un depósito de agua con una solución de jabón biodegradable especial para el lavado del garrafón.

Llenado de garrafón

Una vez realizada la desinfección del garrafón, este es enviado a la máquina de llenado. El llenado de garrafón es manual, y cuenta con 3 válvulas de PVC, que tiene una capacidad máxima de 200 garrafones por hora.

METODOLOGÍA

- *Análisis Químico.- Agar nutritivo*

Medio de cultivo utilizado para propósitos generales, para el aislamiento y recuento de microorganismos con escasos requerimientos nutricionales. Su uso está descrito en procedimientos para el análisis de alimentos, aguas y otros materiales de importancia sanitaria.

- *Matemáticas*

Diseño de experimentos

Metodología estadística destinada a la planificación y análisis de un experimento.

El diseño de un experimento debe garantizar que este cumpla ciertos requisitos mínimos:

Debe poder comprobar las hipótesis.

Debe poder revelar la existencia de cualquier causa importante de variación, aunque no haya sido adelantada como hipótesis.

Debe mantener los costes de experimentación a un nivel razonable, en comparación con el problema objeto de estudio.

Debe tener un alto grado de seguridad en las respuestas.

Si el experimento se realiza en un laboratorio este ha de ser, respecto a las variables estudiadas, un buen indicador de las pruebas que se obtendrían en el taller. Si el experimento se realiza durante el desarrollo normal del proceso en estudio, se tendrá de más cuidado de interferir lo menos posible en el trabajo normal y protegerse de las interferencias no autorizadas o involuntarias en la prueba por parte del personal adepto. (htt1)

Método de trabajo

Diseño completamente al azar (DCA).

Este diseño consiste en la asignación de los tratamientos en forma completamente aleatoria a las unidades experimentales (individuos, grupos, parcelas, jaulas, animales, insectos, etc.).

- *Fórmulas*

Suma de cuadrados

$$SST = SSA + SSB + SSE \tag{1.10}$$

$$SST = \sum_i^k \sum_j^k (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 \tag{1.11}$$

$$SSA = b \sum_i^k (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 \tag{1.12}$$

$$SSE = SST - SSA \tag{1.13}$$

TABLA ANOVA DCA (1.14)

Tabla 1. ANOVA DCA

Fuente del Error	g.l	CM	F _{calc.}
Tratamiento SSA	$k - 1$	$S_A^2 = \frac{SSA}{k - 1}$	$F_1 = S_A^2 / S_E^2$
Error Aleatorio SSE	$k(n - 1)$	$S_E^2 = \frac{SSE}{k(n - 1)}$	
Error Total SST	$bk - 1$		

EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA

Diseño experimental.

Elegimos al azar, de todos los locales de llenado de garrafón del Estado de Durango, 5 marcas de las cuales tomamos muestras por duplicado, muestras que fueron tomadas bajo las mismas condiciones del llenado de garrafón en frascos esterilizados para ser analizadas por medio de un método químico de cultivo llamado “Agar nutritivo” para obtener la cantidad de microorganismos formadores de colonias de cada una de las marcas.

El Agar nutritivo es un medio de cultivo usado normalmente como rutina para todo tipo de bacteria.

Para llevar a cabo el experimento se trabajó en conjunto con la facultad de Ciencias Químicas, asesoradas por la QFB. Martha Chairez encargada del laboratorio de Biotecnología. Dicho experimento se realizó el día 30 de abril para obtener resultados el día 2 de mayo del 2015.

Variables: marcas de agua

Figura 2. Material utilizado.



Procedimiento

De acuerdo con las reglas del laboratorio, nos presentamos con bata y enseguida nos lavamos las manos

- Comenzamos pesando la cantidad necesaria de agar nutritivo para repartir en dos matraz
- Mezclamos el polvo de agar con agua dentro de cada matraz
- Colocamos y encendemos un mechero para diluir la mezcla.
- Cuando la mezcla llegue a su punto de ebullición se retira del mechero.
-
- A cada matraz le hicimos una tapa de papel aluminio y la colocamos en una olla express a 15°C a fuego alto.
- Cuando la temperatura de la olla llega a 5°C se baja a fuego lento y se deja 15 minutos.
- Se retira el matraz y se deja enfriar temperatura ambiente.
- Luego se coloca la sustancia (Agar nutritivo) en las cajas Petri.
- Cuando ya se tienen las 10 cajas Petri con agar se colocan en la campana.
- Encendemos un mechero para esterilizar la zona de trabajo.
- Se esterilizan una perlas las cuales ayudan distribuyen la muestra de agua en el agar.
- Colocamos una porción de 1m.l. de cada una de las muestras de agua dentro de cada caja Petri, trabajando en el espacio que esteriliza el mechero.
- Rápidamente se colocan las perlas (de 3 a 5) dentro de la caja Petri con el agar y la muestra.
- Enseguida se tapa la caja y se hacen movimientos circulares, después se sacan las perlas, rápidamente se tapa y sella con cinta especial.
- Las colocamos al reverso para mejores resultados
- Ya listas las metimos a la estufa por un lapso de 48 horas.
- Regresamos después de cumplido el lapso de tiempo, para ver resultados y poder hacer el conteo de microorganismos.
- Después de hacer el conteo, nos enfocamos a los cálculos matemáticos.

RESULTADOS

Los datos obtenidos mediante el conteo de los microorganismos formadores de colonias se muestran en la siguiente tabla, mostrando la marca de agua con sus muestras por duplicado respectivamente.

Tabla 2. Colonias formadas por los microorganismos presentes en las distintas marcas de agua.

REAL	964	3710
H2O	174	179
AGUA NUEVA	596	1087
DE LA PARRA	1284	379
VITAL	687	0

Para obtener una respuesta a nuestra pregunta de investigación, analizamos los datos anteriores con un diseño completamente al azar. Comenzamos con nuestras hipótesis.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \dots$$

$$H_1: \text{al menos un par de medias es diferente}$$

La siguiente tabla muestra las medias de cada una de los tratamientos y muestras.

Tabla 3. Medias de cada una de los tratamientos y muestras.

			MEDIA
REAL	964	3710	2337
H2O	174	179	176.5
AGUA NUEVA	596	1087	841.5
DE LA PARRA	1284	379	831.5
VITAL	687	0	343.5
MEDIA	741	1071	906

La siguiente tabla muestra el análisis de varianza ANOVA usando las formulas (1.11), (1.12), (1.13), (1.14).

Tabla 4. ANOVA (resultados)

FUENTE	SS	G.L.	CM	F	F-TABLA
TRATAMIENTOS	5812096	4	1453024	1.6015491	5.19
ERROR	4536308	5	907261.6		
TOTAL	10348404	9			

Como la F calculada es menor que la $F_{\alpha, v_1, v_2} (\alpha = 0.5)$ la hipótesis no se rechaza, esto quiere decir que no existen suficientes argumentos para decir que al menos un par de muestras tienen medias diferentes.

Imagen 1. Fotografías del experimento realizado en uno de los laboratorios de la Facultad de Ciencias Químicas de la UJED.



CONCLUSIONES

La H_0 no es rechazada ya que F_{α, v_1, v_2} con una $\alpha = .05$ es mayor a la F_{cal} . Lo cual indica que no existen suficientes argumentos para afirmar que al menos en un par de locales de llenado de agua las condiciones de purificado sean diferentes. Lo cual nos puede llevar a decir parcialmente que todos los locales trabajan de la misma forma en el proceso de purificación. Este experimento deja las puertas abiertas para incitarnos a un estudio profundo sobre el análisis de los microorganismos para obtener su clasificación (ya que mediante la siembra en agar solo se obtiene la cantidad de microorganismos formadores de colonias) y, ahora sí, determinar qué tipo de agua, respecto a su calidad, es la más conveniente y la más limpia.

Es necesaria más formalidad en el documento. Considerar que partes del texto no son relevantes para el trabajo y quitarlas mientras se enfatiza la explicación en lo

verdaderamente importante. Quizás el aporte principal no es la utilización de muestra aleatoria si no el estudio completo con la prueba de anova sobre los datos.

BIBLIOGRAFÍA

(s.f.). Obtenido de

http://web.stanford.edu/~twmark/agua/metodos_para_purificar_el_agua.htm

(s.f.). Obtenido de

http://www.fundibeq.org/opencms/export/sites/default/PWF/downloads/gallery/methodology/tools/disenos_de_experimentos.pdf

Definicion De. (2008). Obtenido de <http://definicion.de/agua/>

NOM-127-SSA1-1994, N. O. (s.f.). Obtenido de

<http://www.bvsde.paho.org/legislacion/mexico/nom-127-ssai.pdf>

COMPARACIÓN EN LA CANTIDAD DE AZUCARES EN LOS REFRESCOS DE COLA DE LA MARCA COCA COLA PEPSI Y DR PEPPER EN PRESENTACIÓN DE LATA DE 355 ML. ENTRE ELLOS Y SUS COMPETIDORES LIGTH.

Autor: Sergio Valles Quintanilla, **Asesor:** M.C.N. Fidel Esteban Flores Ocampo.

Jebus_esponja@hotmail.com

Nivel: Superior, **Categoría:** Diseño de Experimentos

Palabras clave: Azúcar, Light, Refracción, Comparación.

Resumen: Se centra en la comparación de la cantidad de azúcares en las bebidas de cola de mayor venta a nivel mundial (Coca Cola, Pepsi, Dr Pepper), la comparación será entre sus respectivos competidores light y entre las diferentes marcas. Para ello se analizarán diversos métodos para la toma de las muestras. También se tratarán diversos objetivos para hallar el mejor método para el tratamiento de datos y así poder dar solución a la pregunta. ¿Existe una diferencia en la cantidad de glucosa entre los refrescos de cola de la marca Coca Cola, Pepsi, Dr Pepper en presentación de lata de 355 ml. entre ellos y sus respectivos competidores light?

INTRODUCCIÓN

Debido a la preocupación de los consumidores por su salud y apariencia física, desde hace algunos años surgió una generación de nuevos alimentos industrializados para satisfacer esta demanda a través de productos cuyo aporte calórico es menor que el de los convencionales. Los consumidores que desean disminuir el consumo de calorías recurren a refrescos conocidos como bajos en calorías, light o diet, que sustituyen el contenido de azúcares naturales por edulcorantes sintéticos como aspartame, acesulfame K o sucralosa.

OBJETIVO

1. Conocer si existe alguna diferencia entre el contenido de azúcares en los refrescos de cola; Coca Cola, Pepsi, Dr Pepper de tipo “normal” en presentación de lata de 355 ml. contra sus competidores de dieta.
2. Conocer cuál de los refrescos Coca Cola, Pepsi, Dr Pepper contiene mayor cantidad de azúcares.
3. Analizar tres métodos conocidos para la determinación del nivel de azúcares en un líquido y así poder aplicar el método más adecuado.

MARCO TEÓRICO.

México ocupa el primer lugar mundial en obesidad infantil.

Actualmente, México ocupa el primer lugar mundial en obesidad infantil, y el segundo en obesidad en adultos, precedido solo por los Estados Unidos. Problema que está presente no solo en la infancia y la adolescencia, sino también en población en edad preescolar.

Datos del ENSANUT indican que uno de cada tres adolescentes de entre 12 y 19 años presenta sobrepeso u obesidad.

Para los escolares, la prevalencia combinada de sobrepeso y obesidad ascendió un promedio del 26% para ambos sexos, lo cual representa más de 4.1 millones de escolares conviviendo con este problema.

La principal causa a la que se apunta son los malos hábitos en la alimentación, que acaban desembocando en una prevalencia del sobrepeso de un 70% en la edad adulta. A largo plazo, la obesidad favorece la aparición de enfermedades tales como diabetes, infartos, altos niveles de colesterol o insuficiencia renal, entre otros. Actualmente, la diabetes es el mayor problema al que se enfrenta el sistema nacional de salud: es la principal causa de muerte en adultos, la primera causa de demanda de atención médica y la enfermedad que consume el mayor porcentaje de gastos en las instituciones públicas.

México, primer lugar en muertes por consumo de refresco.

De acuerdo con el doctor Dariush Mozaffarian, un experto en nutrición de la Escuela de Salud Pública de la Universidad de Harvard, los datos que se dieron a conocer son alarmantes. México se encuentra a la cabeza con el mayor número de prevalencia de muertes atribuibles al consumo de bebidas azucaradas. Se presentan anualmente 4 mil 100 muertes generadas por su ingesta, es una cifra alarmante, expresó.

México Lidera el consumo de refresco a nivel mundial

México se ha convertido en el mayor consumidor de refrescos en el mundo, rebasando a los Estados Unidos con un consumo mayor a los 163 litros por persona al año. México supera ya en 40% a los Estados Unidos en el consumo de refrescos por persona y nuestra población infantil ya rebasa en sobrepeso y obesidad a la estadounidense.

El consumo de bebidas es en México la principal fuente de calorías, cerca de una cuarta parte proviene de las bebidas. La Secretaria de Salud ha señalado que el alto consumo de

energía a través de las bebidas es una de las causas principales de la epidemia de sobrepeso y obesidad. La falta de acceso a agua potable gratuita en escuelas y espacios públicos ha sido el más efectivo mecanismo de promoción del consumo de bebidas altas en calorías. Estos son los 10 países que más refresco consumen.

Tabla 1. Países que consumen mayor cantidad de refresco

País	Litros (por persona al año)
Alemania	34.2
Arabia Saudita	38.6
Uruguay	45.4
Argentina	47.2
Perú	55.7
Colombia	65.3
Brasil	89.1
Chile	116.2
Estados Unidos	118.1
México	163.3

La peor droga de la historia.

Al igual que el alcohol y el tabaco, realmente el azúcar es una droga. Aquí se necesita un papel importante por parte del gobierno. El uso del azúcar debe ser desalentado y los usuarios deben ser conscientes de los peligros, dice el artículo de Paul van der Velpen, publicado en el sitio web oficial del área de Salud Pública de Ámsterdam.

Cita una investigación, alegando que el azúcar, a diferencia de la grasa y otros alimentos, interfiere con el apetito del cuerpo creando un insaciable deseo de seguir comiendo, un efecto que la industria alimentaria utiliza para aumentar el consumo de sus productos. El azúcar altera este mecanismo. Quien utiliza azúcar quiere más y más, incluso cuando ya no tienen hambre. Por ejemplo, se puede ofrecer huevos a alguien y esta persona va a dejar de comer en un momento. Pero tras recibir las galletas va a seguir comiendo a pesar de los dolores de estómago, argumento Van der Velpen.

El azúcar, al igual que las drogas, fue creada artificialmente por los humanos. Sus efectos en el organismo de los mamíferos todavía se desconocen, pero en las últimas décadas han

aparecido estudios que vinculan el consumo de azúcar con el aumento brusco de la diabetes y el cáncer, así como con las enfermedades cardiovasculares, del sistema nervioso y digestivo. Es más, provoca desordenes en la función de las células, aumenta el nivel de las plaquetas y provoca el síndrome de déficit de atención con hiperactividad entre los niños.

Efectos del azúcar en el cuerpo.

Hablemos ahora de los efectos que causa el azúcar en nuestro organismo. A continuación se mencionan algunas de las maneras en que el azúcar daña tu salud.

1. El azúcar destruye el equilibrio de los minerales en el cuerpo: provoca deficiencias de cobre y de cromo, e interfiere con la absorción de calcio y de magnesio.
2. El azúcar provoca una subida rápida de adrenalina, hiperactividad, ansiedad, dificultad para concentrarse e irritabilidad en niños.
3. El azúcar causa una pérdida de elasticidad y de funcionalidad de los tejidos.
4. El azúcar sirve de alimento a las células cancerígenas y se le ha relacionado con el desarrollo de cáncer de pecho, ovarios, próstata, recto, páncreas, tracto biliar, pulmones, vesícula biliar y estómago.
5. El azúcar contribuye a la obesidad.
6. El azúcar favorece el crecimiento descontrolado de la levadura *Candida Albicans* (infecciones por hongos).
7. El azúcar contribuye a la osteoporosis.
8. Una ingesta elevada de azúcar incrementa los procesos de glicación avanzada.
9. El azúcar provoca alergias alimentarias.
10. El cuerpo transforma el azúcar en grasa de 2 a 5 veces más que con el almidón.
11. El azúcar puede provocar un descenso en la sensibilidad a la insulina, lo que se traduce en niveles anormalmente altos de insulina, y en última instancia, diabetes.

Ante esta peligrosa situación se ha presentado al mercado una nueva solución que se basa en Edulcorantes y Sustitutos de Azúcar.

Edulcorantes y sustitutos del azúcar

Los edulcorantes artificiales son sustancias que se utilizan en lugar de los endulzantes con azúcar o alcoholes del azúcar. También se pueden denominar sustitutos del azúcar, edulcorantes no nutritivos y edulcorantes no calóricos.

Tabla 2. Ejemplos de edulcorantes y sustitutos de azúcar.

Nombre	Se encuentra en	Dulzura	Aprobada por la FDA
Aspartamo	Equal y Nutrasweet	+220	Si
Sucralosa	Splenda	+600	Si
Sacarina	Sweet'N Low, Sweet Twin, NectaSweet	+200 a 700	Si
Estevia	Truvia, Pure Via, Sun Crystals	N.E.	No
Acesulfamo K	Sunett y Sweet one	N.E.	Si
Neotamo	Alimentos y Bebidas Dietéticas	N.E.	No
Fruta del monje	Nectresse	+150 a 200	Si
Ciclamatos	N.E.	+30	No

Cabe mencionar que el edulcorante ciclamatos está prohibido en los Estados Unidos debido a que se demostró que causaban cáncer de vejiga en animales.

Productos light.

Resulta importante mencionar que en este momento el término light o ligero no está contemplado en la normativa de nuestro país; aunque este tipo de productos, con

modificaciones en su composición, están contemplados en la Norma Oficial Mexicana **NOM-086- SSA1-1994**, la cual tiene la finalidad de contribuir a evitar deficiencias y prevenir excesos perjudiciales para la salud.

En otros países los productos light si están definidos y regulados: en la Unión Europea, la legislación aplicable establece que todo aquel producto que se denomine light o lite (ligero) debe tener una reducción en su contenido energético mínimo de 30% en comparación con el producto, digamos, normal. Y esta es una disposición que debe cumplirse obligatoriamente.

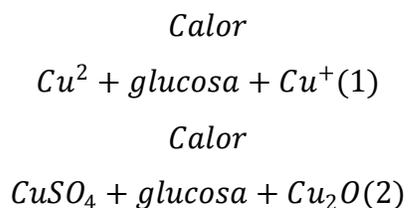
METODOLOGÍA

Métodos propuestos para la toma de muestras.

1. Licor de Fehling.

Este procedimiento permite una determinación de gran aproximación de los azúcares presentes en las muestras, en particular la glucosa. Este presenta una estructura química que posibilita la reducción de sustancias como: Cobre, Zinc y Hierro entre otras. Se encuentra constituida por 6 carbonos, todos con un grupo hidroxilo (OH^-) menos uno, que presenta un grupo carbonilo (CH_2OH^+) La glucosa es un monosacárido que presenta estereoisometría (capacidad de una molécula en rotar el plano de la luz polarizada incidente), constituyendo dos estructuras, la $\alpha - D$ glucosa y la $\beta - D$ glucosa. Este método consiste en la reducción directa de iones cúpricos divalentes (Cu^{2+}), a iones cuprosos monovalentes (Cu^+)(1). En presencia de calor, los iones cuprosos reducidos forman óxido cuproso (Cu_2O)(2), precipitado rojo ladrillo.

Reacción:



En la siguiente imagen se puede apreciar el cambio de coloración a rojo ladrillo de la solución con glucosa al agregar el licor de Fehling.

Imagen 1. Cambio de coloración de la solución al agregar el licor d Fehling.



2. Refractómetro de mano.

Los refractómetros de mano son utilizados para hallar la concentración de sólidos disueltos en una solución, pueden ser usados para una amplia gama de soluciones, como la concentración de azúcar en zumos y bebidas, la concentración de salsas, champú, leche, aceites industriales, sal marina, anticongelante, etc.

Su manejo es rápido y sencillo, simplemente coloque una gota de la muestra sobre el prisma y lea el resultado en la escala, solo unos segundos son necesarios para conocer el resultado y gracias a su reducido tamaño dicha lectura se puede realizar en cualquier lugar que se encuentre. Los resultados leídos en un refractómetro se ven muy afectados por los cambios de temperatura, para minimizar estos efectos los refractómetros están protegidos con una empuñadura de goma. La lectura del refractómetro está dada en grados Brix ($^{\circ}\text{Bx}$).

A continuación se muestra un refractómetro de mano.

Imagen 2. Refractómetro



Refracción.

Cuando se pone un lápiz en el agua, la punta del lápiz aparece inclinada. Luego, si se hace lo mismo pero colocando el lápiz en una solución de agua azucarada, la punta del mismo aparecerá más inclinada. Este es el fenómeno de la refracción de la luz. Los refractómetros son instrumentos de medición, en los que este fenómeno de la refracción de la luz se pone en práctica. Ellos se basan en el principio por el cual, cuando aumenta la densidad de una sustancia (por ejemplo: cuando se disuelve el azúcar en el agua), el índice de refracción aumenta proporcionalmente.

Los refractómetros fueron inventados por Dr. Ernst Abbe, científico Alemán / Austriaco a principios.

Unidad de medida Brix

La Escala de Medición °Bx muestra el porcentaje de concentración de los sólidos solubles contenidos en una muestra (solución de agua). El contenido de los sólidos solubles es el total de todos los sólidos disueltos en el agua, incluso el azúcar, las sales, las proteínas, los ácidos, etc., y la medida leída es el total de la suma de éstos. Básicamente, el porcentaje °Bx se calibra a la cantidad de gramos de azúcar contenidos en 100g de solución de líquido.

Así, al medir una solución de azúcar, °Bx debe ser perfectamente equivalente a la concentración real.

3. Sacarímetro.

El sacarímetro es un instrumento con que se mide la concentración de azúcar en un líquido. En enología se utiliza para medir la cantidad de azúcar en el vino, pudiendo así mantener la misma concentración alcohólica. Las lecturas del sacarímetro se expresan en grados Brix que sirven para determinar el cociente total de sacarosa disuelta en un líquido. A continuación se muestra un par de sacarímetros.

Imagen 3. Sacarímetros



Método para la toma de muestras (Refractómetro de mano).

Para iniciar la toma de muestras se deben seguir las siguientes indicaciones:

1. Las muestras deben estar a temperatura ambiente. Para ello las latas se dejan toda la noche bajo las mismas condiciones de temperatura.
2. Las muestras no deben contener gas (dióxido de carbono). Se vacía una muestra de 1 ml. en un vaso de precipitado de 100 ml. se agita por alrededor de 30 segundos y se deja reposar.
3. El refractómetro se debe calibrar con una gota de agua destilada. Se vacía una gota de agua destilada en el lente del refractómetro, luego en la parte superior del refractómetro se encuentra un pequeño tornillo, el cual se moverá hasta que el nivel azul quede en 0 %.
4. Entre la lectura de cada muestra se limpia el lente del refractómetro con agua destilada y una toalla de papel desechable.
5. Entre cada toma de muestras se limpia la pipeta. Para no contaminar las muestras se limpia la pipeta con agua corriente, se seca con una toalla desechable.
6. Se hace una lectura con agua destila y de ser necesario se calibra de nuevo.

Método propuesto para el tratamiento de los datos.

Diseño de bloques completos al azar.

1. Modelo estadístico.

Cuando se decide utilizar un DBCA, el experimentador piensa que cada medición será el resultado del efecto del tratamiento donde se encuentre, del efecto del bloque al que pertenece y de cierto error que se espera sea aleatorio.

El modelo estadístico para este diseño está dado por:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, k \\ j = 1, 2, \dots, b \end{cases}$$

2. Arreglo de los datos en diseño de bloques completos al azar.

Tabla 3. Diseño de Bloques Completos al azar

Tratamientos	Bloques				
	1	2	3	...	B
1	Y_{11}	Y_{21}	Y_{13}	...	Y_{1b}
2	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	...	Y_{2b}
3	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	...	Y_{3b}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
K	Y_{k1}	Y_{k2}	Y_{k3}	...	Y_{kb}

3. Hipótesis a probar.

La hipótesis de interés es la misma para todos los diseños comparativos, y está dada por:

$$H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k = \mu$$

$$H_A = \mu_i \neq \mu_j \text{ Para algún } i \neq j$$

4. Análisis de varianza.

Tabla 4. ANOVA (Resultados)

Fuente de Variabilidad	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F_{cal}	F_{Tabla}
Tratamientos	SC_{trat}	$k - 1$	$CM_{trat} = \frac{SC_{trat}}{k - 1}$	$F_0 = \frac{CM_{trat}}{SC_E}$	
Bloques	SC_B	$b - 1$	$cm_B = \frac{Sc_B}{b - 1}$	$F'_0 = \frac{cm_B}{SC_E}$	
Error	SC_E	$(k - 1)(b - 1)$	$SC_E = SC_E / ((k - 1)(b - 1))$		
Total	SC_T	$N - 1$			

Si $F_{cal} > F_{tabla}$ se rechaza la hipótesis nula.

Donde:

$$SC_T = \sum_{j=1}^b \sum_{i=1}^k (Y_{ij}^2 - \bar{Y}_{..})^2$$

$$SC_{Trat} = b \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i.}^2}{b} - \frac{Y_{..}^2}{N}$$

$$SC_B = k \sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j}^2}{k} - \frac{Y_{..}^2}{N}$$

Verificación de los supuestos del modelo.

Los supuestos del modelo lineal, en términos de los residuos, son:

1. Los e_{ij} siguen una distribución normal con media cero.
2. Los e_{ij} son independientes entre sí.
3. Los residuos de cada tratamiento tienen la misma varianza σ^2 .

Recordemos que los residuos están dados de la siguiente forma:

$$e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{..}$$

La validez de los resultados obtenidos en cualquier análisis de varianza queda supeditado a que los supuestos del modelo se cumplan. Estos supuestos son:

1. Normalidad.

Un procedimiento gráfico para verificar el cumplimiento del supuesto de normalidad de los residuos consiste en graficar los residuos en papel o en la gráfica de probabilidad normal que se incluye casi en todos los paquetes estadísticos. Esta gráfica del tipo $X - Y$ tiene las escalas de tal manera que si los residuos siguen una distribución normal, al graficarlos tienden a quedar alineados en una línea recta; por lo tanto, si claramente no se alinean se concluye que el supuesto de normalidad no es correcto. Cabe enfatizar el hecho de que el ajuste de los puntos a una recta no tiene que ser perfecto, dado que el análisis de varianza resiste pequeñas y moderadas desviaciones al supuesto de normalidad.

2. *Homogeneidad.*

Una forma de verificar el supuesto de *varianza constante* (o que los tratamientos tienen la misma varianza) es graficando Los residuos de cada uno de los tratamientos, y verificar que podemos envolver todos los datos en una única “banda” horizontal.

3. *Independencia.*

La suposición de independencia en los residuos puede verificarse si se gráfica el orden en que se colectó un dato contra el residuo correspondiente. De esta manera, si al graficar en el eje horizontal el tiempo (orden de corrida) y en el eje vertical los residuos, se detecta una tendencia o patrón no aleatorio claramente definido, esto es evidencia de que existe una correlación entre los errores y, por lo tanto, el supuesto de independencia no se cumple. Si el comportamiento de los puntos es aleatorio dentro de una banda horizontal, el supuesto se está cumpliendo.

EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA

Método propuesto para la aleatorización de las muestras.

Para garantizar que las muestras sean de distintos lotes, se comprarán los refrescos en distintos puntos de la ciudad, esto de alguna forma nos garantiza que las muestras son de distintos lotes. Los refrescos Dr Pepper se comprarán en las distintas tiendas “El Naranjero”, las latas de Pepsi en distintos “Extras”, y las latas de Coca Cola en diferentes puntos como máquinas expendedoras y “tienditas de la esquina”.

RESULTADOS

Elección del método para la toma de muestras.

1. Licor de Fehling

El método se descartó debido a que:

- a. El costo de sus materiales es muy elevado.
 - b. El tiempo de realización es muy grande.
 - c. El proceso requiere mucho conocimiento del tema.
2. Refractómetro de mano
- El método se aceptó debido a que:
- a. El instrumento no genera ningún costo.
 - b. El tiempo para encontrar la cantidad de azúcar entre cada muestra es casi instantánea.
 - c. El uso del instrumento no requiere mucho conocimiento del tema.
3. Sacarímetro
- El método se descartó debido a que:
- a. El instrumento no se encontró disponible.

Toma de muestras.

Cabe mencionar que las muestras se tomaron bajo las condiciones antes descritas, para garantizar que la toma de muestras también se hizo de manera aleatoria las muestras se enumeraron mediante un proceso de aleatorización. Los resultados se muestran a continuación:

Tabla 5. Muestras Aleatorizadas.

Cantidad de azúcar (°Bx)				
	Número de lote	Dr Pepper	Pepsi	Coca Cola
	Lote 1	9.7	9.9	9.8
Normal	Lote 2	10.4	8.7	10.2
	Lote 3	10.2	9.3	9
	Lote 4	9.8	8.6	9.4
	Lote 1	0.1	0	0.1
Light	Lote 2	0	0.1	0.1
	Lote 3	0	0.05	0.1
	Lote4	0.1	0	0

Verificación de los supuestos de los supuestos del modelo.

1. Normalidad.

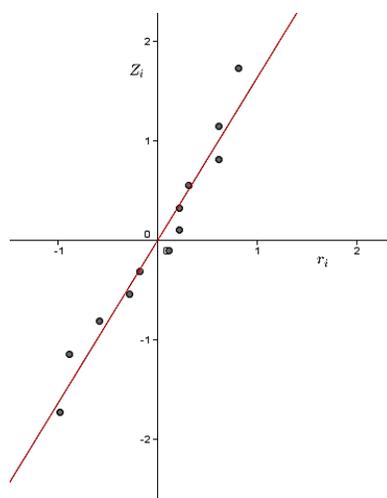
Debido a que los datos son muy parecidos entre cada tratamiento procederemos a realizar la prueba de normalidad para cada uno de los tratamientos.

A continuación se muestra la tabla que contiene los datos para graficar los residuos para el refresco de tipo normal:

Tabla 6. Prueba de Normalidad a refresco de tipo normal.

Dato r_i	Rango	$(i - 0.5)/N$	$Z_i = \Phi^{-1}(i - 0.5)/N$
-0.9833333	1	0.04166667	-1.7316644
-0.8833333	2	0.125	-1.15034938
-0.5833333	3	0.20833333	-0.8122178
-0.2833333	4	0.29166667	-0.54852228
-0.1833333	5	0.375	-0.31863936
0.1166666	6	0.45833333	-0.10463346
0.2166666	7	0.54166667	0.10463346
0.2166666	8	0.625	0.31863936
0.3166666	9	0.70833333	0.54852228
0.6166666	10	0.79166667	0.8122178
0.6166666	11	0.875	1.15034938
0.8166666	12	0.95833333	1.7316644

Gráfica 1. Normalidad (Refrescos de tipo normal)



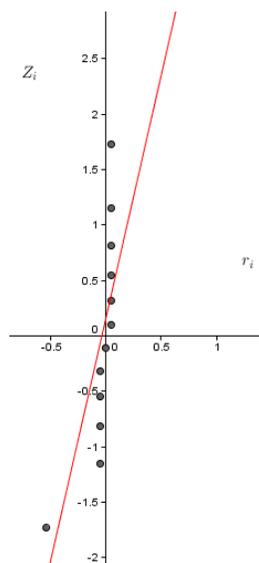
Claramente se cumple en supuesto de normalidad, debido a que los datos siguen un patrón de una línea recta.

A continuación se muestra la tabla que contiene los datos para graficar los residuos para el refresco de tipo light:

Tabla 7. Prueba de Normalidad a Refresco de tipo light

Dato r_i	Rango	$(i - 0.5)/N$	$Z_i = \Phi^{-1}((i - 0.5)/N)$
-0.541666667	1	0.041666667	-1.7316644
-0.054166667	2	0.125	-1.15034938
-0.054166667	3	0.208333333	-0.8122178
-0.054166667	4	0.291666667	-0.54852228
-0.054166667	5	0.375	-0.31863936
-0.004166667	6	0.458333333	-0.10463346
0.045833333	7	0.541666667	0.10463346
0.045833333	8	0.625	0.31863936
0.045833333	9	0.708333333	0.54852228
0.045833333	10	0.791666667	0.8122178
0.045833333	11	0.875	1.15034938
0.045833333	12	0.958333333	1.7316644

Gráfica 2. Normalidad (Refresco de tipo light)



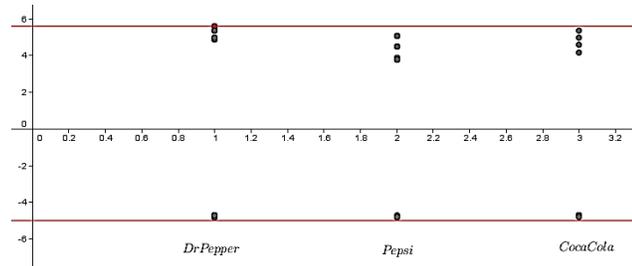
De nuevo vemos que los datos siguen un patrón de línea recta, por lo se concluye que los datos cumplen el supuesto de normalidad.

Se concluye que los cumple el supuesto de normalidad si se realiza la prueba para cada uno de los tratamientos.

2. Homogeneidad.

Para verificar el supuesto de homogeneidad vamos a analizar la siguiente gráfica:

Gráfica 3. Homogeneidad

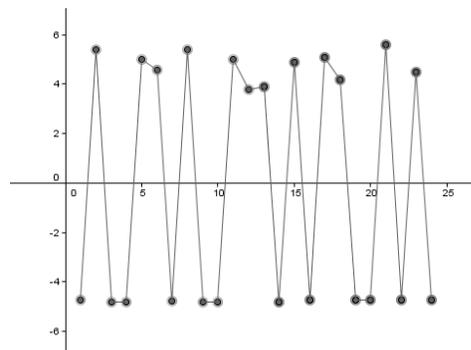


Es claro que podemos “envolver” los residuos de cada una de los supuestos. Por lo tanto se cumple el supuesto de homogeneidad.

3. Independencia.

Analicemos la siguiente gráfica:

Gráfica 4. Independencia



Es claro que los residuos no presentan ningún patrón, por lo que se determina que se cumple el supuesto de independencia.

Análisis de varianza.

Para realizar el análisis de varianza debemos considerar los siguientes puntos:

1. Se tienen 3 bloques correspondientes a la marca de refresco $b = 3$, 2 tratamientos correspondientes al tipo de refresco $k = 2$, y por último 4 réplicas de cada muestra $n = 4$.
2. Para el análisis de varianza se trabajó con el promedio de las réplicas.
3. Nuestra Primera hipótesis es:
 H_0 : No existe diferencia en la cantidad de azúcar entre los distintos tipos de refresco.
 H_A : Los tipos de refresco no contienen la misma cantidad de azúcar.
4. La segunda hipótesis está dada por:
5. H'_0 : No existe diferencia en la cantidad de azúcar entre las diferentes marcas de refresco.
6. H'_A : Por lo menos una de las marcas de refresco no contiene la misma cantidad de azúcar.

Tabla 8. ANOVA (Resultados)

Fuentes de Variabilidad	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F_{calc}	$F_{tabla} \alpha = 0.025$
Tipo	136.207526	1	136.207526	1383.329542	38.51
Marca	0.20921875	2	0.104609375	1.06241735	39
Error	0.196927083	2	0.098463542		
Total	136.61366719	5			

CONCLUSIONES

1. El refractómetro de mano resultó ser el método más adecuado para la toma de muestras, esto debido a que a diferencia del método del licor de Fehling, este generaba un costo muy alto sin tomar en cuenta el conocimiento que este exigía para su elaboración. Por otra parte el sacarímetro simplemente no se encontró disponible, este fue el único motivo por el cual se descartó.

2. En cuanto al análisis de varianza H_0 se rechaza con un nivel de significancia $\alpha = 0,025$, lo cual nos indica que si existe una diferencia significativa entre las medias de los tratamientos.
3. Para la hipótesis H'_0 se acepta con un nivel de significancia $\alpha = 0,025$, e incluso con un nivel de significancia de $\alpha = 0,005$ la hipótesis nula se acepta, lo cual nos indica que no existe evidencia estadística para decir que existe diferencia entre las medias de los bloques.
4. Podemos validar la toma de muestras, esto debido a cumplen con los supuestos del modelo: normalidad, homogeneidad e independencia.
5. El análisis de varianza nos arroja como resultado, que existe una diferencia muy fuerte en la cantidad de azúcares en los refrescos light con sus competidores del tipo normal. Aunque esto ya se apreciaba desde la prueba de normalidad.
6. También tenemos que no existe diferencia estadística entre la cantidad de azúcar en las marcas de refresco Coca Cola, Pepsi y Dr Pepper.

BIBLIOGRAFÍA

- Sánchez Plascencia Alejandra, (2008). Productos que se dicen light. PROFECO. 63
- . (2012) Refresco bendito, dulce tormento ¿Qué haces ahí afuera? ¡Vente pa' dentro! PROFECO. 53
- . (2015). *Alimentos de consumo aptos para diabéticos*. PROFECO. 59
- Reza Silvia, (2008). Las bebidas del calor. Distribución y consumo. 67
- . (2012) *Se ligero*. PROFECO. 52
- . (2003) Refrescos de cola y de sabor. PROFECO. 27
- Gutiérrez Pulido, H., y De la Vara Salazar, R. (2004). *Análisis y diseño de experimentos*. México DF: McGraw-Hill.
- Devore, I. (2009). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. Educación.

EFFECTOS DEL TABACO EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS FUMADORES

Autores: David Emmanuel López Castro, Fátima Violeta Herrera Vargas. **Asesor:** M.C.N.

Fidel Esteban Flores Ocampo

davis_dgo139@hotmail.com, vahex_624@hotmail.com

Nivel: Superior, **Categoría:** Diseño de Experimentos

Palabras clave: Consumo de tabaco, ritmo cardiaco.

Resumen: El tabaquismo está relacionado prácticamente con las cuatro enfermedades que representan las mayores causas de muerte en el país, entre ellas se encuentran las enfermedades cardiovasculares. El siguiente trabajo trata de probar que existe un cambio considerable en el ritmo cardiaco después de verse expuesto al consumo de cigarrillos pero que esta condición no se ve afectada por la marca de cigarrillos, el género del individuo, el IMC (Índice de Masa Corporal), la ingesta de alimentos previa al consumo de cigarrillo y el practicar alguna actividad deportiva.

INTRODUCCIÓN

El tabaquismo es una enfermedad adictiva, recidivante y crónica según la Organización Mundial de la Salud (OMS), el tabaquismo representa la segunda causa principal de muerte en el mundo; esto supone casi cinco millones de muertes cada año.

Los cálculos de la OMS señalan que para el año 2020 causará el doble de defunciones que las actuales, esto es, cerca de 10 millones de muertes.

Esta elevada cifra contrasta de forma notable con las cifras que publicó hace seis años la propia OMS, basadas en el consumo de aquel tiempo; en esa oportunidad se señalaba que en el año 2020 habría 8.4 millones de muertes anuales por enfermedades relacionadas con el consumo de tabaco.

En cuanto al número mundial de fumadores, alrededor de 1 300 millones de personas consumen tabaco; casi 1 000 millones son hombres y 250 millones son mujeres.

Entre las principales amenazas para la salud de los mexicanos se encuentra el creciente consumo de productos del tabaco.

De conformidad con investigaciones e informes de la Organización Mundial de la Salud (OMS), el tabaquismo es un problema de Salud Pública y la primera causa de muerte prevenible en el mundo, mientras que en México provoca más de 60,000 muertes al año.

OBJETIVO

Observar más a detalle como el uso de tabaco en forma de cigarrillos afecta eventualmente en el ritmo cardiaco de los jóvenes estudiantes de entre 20 y 25 años.

Además de analizar si existe una diferencia significativa en el aumento del ritmo cardiaco de los estudiantes según su género, las diferentes marcas, el IMC (Índice de Masa Corporal), la ingesta de alimentos previa al consumo de cigarrillos y el practicar alguna actividad deportiva.

MARCO TEÓRICO

El tabaco o Nicotina tabacum es una planta solancea originaria de América que crece en ambientes húmedos, en temperaturas que oscilan entre los 18 y 22° centígrados.

La palabra deriva del vocablo tabaco indígena ‘tubaco’ que significa pipa. El hombre la ha usado para inhalar el humo de sus hojas desde hace aproximadamente 2,000 años.

El componente químico principal de la hoja del tabaco y que la hace adictiva, es la nicotina, sustancia que farmacológicamente tiene un efecto doble, pues resulta estimulante y sedante a la vez

El tabaco se descubrió en 1492, cuando Cristóbal Colón llegó a la tierra de los indios arahuacos, en las Antillas.

El conocimiento inicial en Europa se realizó por las crónicas de Fray Bartolomé de las Casas y por el informe que el fraile Romano Pane le rindió al rey Carlos V en el año de 1497, en donde describía las virtudes medicinales de las hojas de tabaco.

En 1497, Américo Vespucio lo señalaba como masticatorio por los indígenas en una de las islas de Venezuela. En 1510, los hombres de Colón llevaron las primeras semillas a España.

La Industria Tabacalera Mexicana

México no queda excluido de los procesos de concentración y monopolización de bienes y la industria tabacalera mexicana, al igual que la industria internacional, ha seguido un patrón de concentración de empresas y en consecuencia de capitales.

Tan sólo en 1900 se tenían registradas 743 empresas tabacaleras, para 1975 la industria estaba integrada por seis empresas (La Moderna, El Águila, Tabacalera Mexicana, Fábrica de Cigarrillos Baloyán, Fábrica de Cigarrillos La Libertad y Cigarrera Nacional).

Y en 2010, las ganancias de la industria tabacalera, concentrada en seis empresas, ascienden a 35 mil millones de dólares, equivalente al monto de los ingresos obtenidos en conjunto por Coca Cola, Microsoft y McDonald.

Mercado: La oferta y la demanda

La industria tabacalera ha tenido como principal objetivo vender el mayor número de cigarrillos entre la población joven, que es la de mayor riesgo para adquirir la adicción a la nicotina, por lo que estructura el mercado de forma tal que asegura el consumo actual y futuro de éstos.

Para establecer la demanda de cigarrillos por la población se utiliza un cálculo conocido como consumo aparente, que es la suma de la producción de cigarrillos con las importaciones menos las exportaciones. En el consumo de cigarrillos se identifican por lo menos cuatro variables que tienen un papel importante: la estructura de edad de la población, el ingreso económico del consumidor, el precio de la cajetilla de cigarrillos y la adicción a la nicotina.

Consumo de tabaco en México

En el ámbito nacional, la ENA-2008 refleja que 18.5% de la población entre 12 y 65 años son fumadores activos, lo cual representa cerca de 14 millones de mexicanos fumadores; 17.1% corresponde a ex fumadores y 64.4% no había fumado.

En contraste, la ENA-2002 mostraba que la prevalencia de consumo de tabaco en el mismo segmento de edad, se ubicaba en 26.4 % de la población urbana de México, lo que indica una disminución considerable del consumo en la actualidad.

¿Por qué seguimos fumando?

Ningún fumador sabe por qué fuma. Si se diera cuenta de cuál es la verdadera razón, tal vez dejaría de hacerlo. Podríamos decir que hay una gama muy variada y casi infinita de respuestas dadas por cada individuo.

Entre los factores que nos hacen seguir fumando podemos mencionar:

- La adicción que genera la nicotina en el flujo sanguíneo hace que el cerebro genere dopamina, químico que produce placer.
- La nicotina tiene propiedades antidepresivas, incluso a veces más efectivas que el Prozac.
- La falta de apoyo efectivo arroja que, en promedio, las personas intenten al menos siete veces dejar de fumar antes de conseguirlo.
- El fumar es poco atractivo, dañino y maloliente. Pero tiene una carga social de elegancia femenina y virilidad masculina.
- El dejarlo implica en promedio el subir casi cuatro kilos de peso, ya que es inhibidor del apetito.

Enfermedades cardiovasculares

Las enfermedades cardiovasculares que provoca el tabaquismo incluyen la enfermedad de las arterias coronarias, la vascular periférica aterosclerótica o aterosclerosis, y la vascular cerebral (embolia) (U. S. DHHS, 1984, 1990a).

La evidencia epidemiológica de la relación entre el tabaquismo y las enfermedades cardiovasculares es impresionante y proviene de los estudios casos y controles de varios estudios de cohorte, entre los que se cuenta el célebre estudio Framingham (U. S. DHHS, 1990).

El riesgo de las enfermedades cardiovasculares aumenta con el número de cigarrillos fumados diarios y con la duración del hábito.

Dejar de fumar reduce el riesgo de las enfermedades cardiovasculares. En el caso de los padecimientos coronarios, el riesgo tiende a disminuir con rapidez inmediatamente después de dejar de fumar. Luego de un año de abstinencia, el riesgo para el ex fumador se ha

reducido a casi la mitad del correspondiente al fumador habitual.

Dejar de fumar reduce también el riesgo de embolia. En el caso de enfermedades cardiovasculares, no se ha confirmado que el fumar cigarros con menos alquitrán y nicotina modifique el riesgo.

Las enfermedades cardiovasculares presentan otras causas aparte del tabaquismo: la hipertensión y el colesterol elevado, entre otras.

Después de tomar en cuenta estos factores, los estudios epidemiológicos siguen identificando un efecto independiente del tabaquismo sobre el riesgo de enfermedades; en consecuencia, el riesgo aumentado de enfermedades cardiovasculares en fumadores no refleja confusión con algún aspecto del estilo de vida.

METODOLOGÍA

Para este estudio se utilizara un análisis de varianza de dos factores, el cual se describe con más detalle a continuación.

Al presentar las fórmulas generales para el análisis de varianza de un experimento de 2 factores utilizando observaciones repetidas en un diseño completamente aleatorizado, debe considerarse el caso de n réplicas de las combinaciones del tratamiento, determinadas por a niveles del factor A y b niveles del factor B .

Las observaciones se podrían clasificar usando un arreglo rectangular, donde los renglones representan los niveles del factor A y las columnas representan los niveles del factor B . Cada combinación de tratamiento da una celda del arreglo.

Así, se tienen ab celdas, cada una de las cuales contiene n observaciones. Se denota con y_{ijk} , la k –ésima observación tomada en el i –ésimo nivel del factor A y el j –ésimo nivel del factor B . En la tabla siguiente se muestran las abn observaciones.

Tabla 1. Experimento de dos factores con n réplicas

A	B				Total	Media
	1	2	...	B		
1	y_{111}	y_{121}	...	y_{1b1}	$Y_{1..}$	$\bar{Y}_{1..}$
	y_{112}	y_{122}	...	y_{1b2}		
		
	y_{11n}	y_{12n}	...	y_{1bn}		
2	y_{211}	y_{221}	...	y_{2b1}	$Y_{2..}$	$\bar{Y}_{2..}$
	y_{212}	y_{222}	...	y_{2b2}		
		
	y_{21n}	y_{22n}	...	y_{2bn}		
		
		
A	y_{a11}	y_{a21}	...	y_{ab1}	$Y_{a..}$	$\bar{Y}_{a..}$
	y_{a12}	y_{a22}	...	y_{ab2}		
		
	y_{a1n}	y_{a2n}	...	y_{abn}		
Total	$\bar{Y}_{.1.}$	$\bar{Y}_{.2.}$...	$\bar{Y}_{.b.}$	$Y_{...}$	
Media	$\bar{Y}_{.1.}$	$\bar{Y}_{.2.}$		$\bar{Y}_{.b.}$		$\bar{Y}_{...}$

Donde:

Y_{ij} . = suma de las observaciones en la (ij) – ésima celda,

$Y_{i..}$. = suma de las observaciones para el i – ésimo nivel del factor A,

$Y_{.j.}$. = suma de las observaciones para el j – ésimo nivel del factor B,

$Y_{...}$. = suma de todas las abn observaciones,

y_{ij} . = media de las observaciones en la (ij) – ésima celda,

$y_{i..}$. = media de las observaciones para el i – ésimo nivel del factor A,

$y_{.j.}$. = media de las observaciones para el j – ésimo nivel del factor B,

$y_{...}$. = media de todas las abn observaciones.

El modelo del Experimento de dos factores con n réplicas, está dado por la siguiente expresión:

$$y_{ij} = \mu - \alpha_i - \beta_j - (\alpha\beta)_{ij} - \varepsilon_{ij}$$

Y las 3 hipótesis por probar son las siguientes:

1.- $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_a = 0$,

H_1 : Al menos una de las α_i no es igual a 0.

2. - $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0$,

H_1 : Al menos una de las β_j no es igual a 0.

3.- $H_0: \alpha\beta_{11} = \alpha\beta_{12} = \dots = \alpha\beta_{ab} = 0$,

H_1 : Al menos una de las $\alpha\beta_{ij}$ no es igual a 0.

Los cálculos en un problema de análisis de varianza para un experimento de 2 factores con n réplicas suelen resumirse como se ilustra en la tabla siguiente:

Tabla 2. ANÁLISIS DE VARIANZA

Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F
Muestra	SCA	a-1	SCA/a-1	(SCA/a-1)/(SCE/ab(n-1))
Columnas	SCB	b-1	SCB/b-1	(SCB/b-1)/(SCE/ab(n-1))
Interacción	SC(AB)	(a-1)(b-1)	SC(AB)/(a-1)(b-1)	(SC(AB)/ab(n-1))/(SCE/ab(n-1))
Dentro del grupo	SCE	ab(n-1)	SCE/ab(n-1)	
Total	SCT	abn-1		

Las sumas de cuadrados para nuestro análisis de varianza están dados por:

$$SCA = bn \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2, SCB = an \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...})^2$$

$$SC(AB) = n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...})^2, SCE = \sum_{a=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2$$

$$SCT = \sum_{a=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (\bar{Y}_{ijk} - \bar{Y}_{...})^2$$

EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA

Para este estudio será necesario contar con seis individuos de entre 20 y 25 años, fumadores y pertenecientes a la zona sur de la UJED, de ellos tres serán mujeres y tres hombres.

Cada uno de los individuos debería fumar un cigarrillo diario de la marca que previamente le ha sido sorteada hasta completar los 5 días correspondientes, para después cambiar a la siguiente marca y así hasta completar con cada una de las marcas, es decir en total serán 15 mediciones

Se hará una toma antes de fumar el cigarrillo y otra trascurridos siete minutos después de la primer toma (se considera el tiempo suficiente para que el individuo termine de consumir su cigarrillo).

Es importante mencionar que el cigarrillo debe ser el primero del día tratando así de disminuir los factores que pudieran afectar en los resultados obtenidos.

Se llevara un registro con cada uno de los datos obtenidos.

También se tomaran los pesos y medidas de los individuos, además de un pequeño test para determinar los demás factores (la ingesta de alimentos previa al consumo de cigarrillos, el consumo de alcohol y el practicar alguna actividad deportiva).

Dado el espectacular aumento en las enfermedades cardiovasculares algunos investigadores comenzaron a considerar la influencia del factor tabaco en el inicio y desarrollo de las mismas.

Hoy en día está totalmente aceptado que uno de los factores en el riesgo cardiovascular más importante es el tabaquismo.

El fumar origina numerosas acciones del sistema cardiovascular, una de las más importantes y que se pretende analizar en este trabajo es el aumento de la frecuencia cardiaca al fumar un cigarrillo, se tomaran el cuenta diferentes marcas de cigarrillos y además se consideran como factores que pudieran influir en esta condición tales como el género del individuo, el IMC (Índice de Masa Corporal), la ingesta de alimentos previa al consumo de cigarrillos, el consumo de alcohol y el practicar alguna actividad deportiva.

RESULTADOS

A continuación se muestran los resultados obtenidos de la toma de las muestras, los datos se muestran en lat/min

Tabla 3. Datos obtenidos de las mujeres en el estudio realizado.

Mujer 1			Mujer 2			Mujer 3		
Inicial	Final	Diferencia	Inicial	Final	Diferencia	Inicial	Final	Diferencia
Pall-mall			Camel			Marlboro		
69	78	9	85	95	10	76	93	17
89	83	-6	76	88	12	80	85	5
85	99	14	91	109	18	68	87	19
104	117	13	83	109	26	86	94	8
89	94	5	79	97	18	74	89	15
Camel			Marlboro			Pall-mall		
108	98	-10	111	114	3	73	92	19
98	90	-8	102	106	4	74	96	22
78	95	17	104	124	20	65	100	35
77	93	16	76	107	31	70	104	34
75	89	14	93	116	23	78	107	29
Marlboro			Pall-mall			Camel		
66	77	11	77	113	36	91	100	9
84	90	6	114	126	12	91	101	10
105	110	5	71	98	27	80	103	23
73	67	-6	96	128	32	91	117	26
77	80	3	78	114	36	83	94	11

Tabla 4. Datos obtenidos de las mujeres en el estudio realizado.

Hombre 1			Hombre2			Hombre3		
Inicial	Final	Diferencia	Inicial	Final	Diferencia	Inicial	Final	Diferencia
Pall-mall			Camel			Marlboro		
56	84	28	80	87	7	90	101	11
59	76	17	80	87	7	72	106	34
59	52	-7	80	80	0	83	87	4
66	96	30	70	85	15	86	105	19
59	76	17	83	88	5	71	96	25
Camel			Marlboro			Pall-mall		
82	104	22	64	103	39	74	104	30
73	85	12	71	93	22	84	69	-15
55	81	26	75	101	26	95	91	-4
70	71	1	98	80	-18	58	77	19
56	72	16	59	94	35	78	94	16
Marlboro			Pall-mall			Camel		
65	71	6	77	92	15	71	96	25
70	95	25	82	94	12	77	88	11
62	64	2	118	115	-3	87	81	-6
62	66	4	85	89	4	85	91	6
49	78	29	81	93	12	83	85	2

A continuación anexamos también una tabla con los datos correspondientes a los demás factores.

Tabla 5. Factores adicionales (influyentes en las muestras obtenidas).

	Mujer1	Mujer 2	Mujer 3	Hombre 1	Hombre 2	Hombre 3
Practica deporte	Si	No	No	Si	No	Si
Consumo alcohol	No	No	Si	Si	Si	Si
Ingesta de alimentos antes de fumar	Si	No	Si	Si	No	No
Estatura	1.645	1.56	1.73	1.74	1.79	1.85
Peso	57.4	60	69	65	62	79
IMC	21.212	24.655	23.055	21.469	19.350	23.082542

Para demostrar que el incremento en el ritmo cardiaco no se ve afectado por la marca de cigarrillos, el género del individuo, la ingesta de alimentos previa al consumo de cigarrillos, el consumo de alcohol y el practicar alguna actividad deportiva se realizó un análisis de varianza (ANOVA) de dos factores.

En general tomaremos con hipótesis nula que existe una diferencia significativa en el aumento del ritmo cardiaco de los estudiantes según su género, las diferentes marcas, la ingesta de alimentos previa al consumo de cigarrillos y el practicar alguna actividad deportiva, se separaran los factores de dos en dos alternando las marcas de los cigarros con los demás factores.

Tabla 6. Análisis de varianza para la comparación de las marcas de cigarros contra el género.

Origen de las variaciones	S. cuadrados	G. libertad	C. Medios	F	Valor crítico para F
Marca	409.1555556	2	204.577778	1.41923975	4.867127685
Género	100.2777778	1	100.277778	0.69566797	6.946558454
Interacción	949.9555556	2	474.977778	3.29511518	4.867127685
Error	12108.26667	84	144.146032		
Total	13567.65556	89			

Como en los tres casos, el valor calculado de F es menor que el valor crítico (dado que $1.04927716 < 4.867127685$, $0.69566797 < 6.946558454$ y $3.29511518 < 4.867127685$), se aceptan las tres hipótesis H_0 por lo que se concluye que no hay evidencia para decir que hay diferencias significativas entre las medias de las marcas, entre las medias de los géneros y entre las interacciones de ambos. De igual forma tenemos el análisis de varianza para comparar si hay diferencias entre las personas que practican algún deporte y la marca de cigarrillos.

Tabla 7. Análisis de varianza para la comparación de las personas que practican algún deporte y la marca de cigarrillos.

Origen de las variaciones	S. cuadrados	G. libertad	C. Medios	F	Valor crítico para F
Marca	409.155556	2	204.577778	1.4165879	4.867127685
Deporte	902.5	1	902.5	6.24931305	6.946558454
Interacción	125.066667	2	62.5333333	0.43300873	4.867127685
Error	12130.9333	84	144.415873		
Total	13567.6556	89			

Como en los tres casos, el valor calculado de F es menor que el valor crítico (dado que $1.04927716 < 4.867127685$, $6.24931305 < 6.946558454$ y $0.43300873 < 4.867127685$), se aceptan las tres hipótesis H_0 por lo que se concluye que no hay evidencia para decir que hay diferencias significativas entre las medias de las marcas, entre las medias de los las personas que practican deporte y las que no, y entre las interacciones de ambos. Finalmente tenemos el análisis de varianza para comparar si hay diferencias entre las personas que desayunan antes del consumo de cigarrillos y la marca de cigarrillos.

Tabla 8. . Análisis de varianza para la comparación entre las personas que desayunan y la marca de cigarrillos.

<i>Origen de las variaciones</i>	<i>S. cuadrados</i>	<i>G. libertad</i>	<i>C.Medios</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico para F</i>
Marca	333.8666667	2	166.9333333	1.04927716	4.867127685
Desayuno	88.01111111	1	88.01111111	0.55320316	6.946558454
Interacción	522.7555556	2	261.377778	1.64291772	4.867127685
Error	13363.86667	84	159.093651		
Total	14308.5	89			

Como en los tres casos, el valor calculado de F es menor que el valor crítico (dado que $1.04927716 < 4.867127685$, $0.55320316 < 6.946558454$ y $1.64291772 < 4.867127685$), se aceptan las tres hipótesis H_0 por lo que se concluye que no hay evidencia para decir que hay diferencias significativas entre las medias de las marcas, entre las medias de las personas que desayunan antes de fumar y las que fuman antes de desayunar, y entre las interacciones de ambos.

Para comprobar la validez de los resultados obtenidos verificamos los supuestos del modelo por medio graficas de normalidad, independencia y homogeneidad.

CONCLUSIONES

Finalmente después del análisis de varianza concluimos con un 95% de confiabilidad que las afectaciones dadas en el ritmo cardiaco después de consumir tabaco en forma de cigarrillos afectara de igual manera sin tomar en cuenta el género del consumidor, el consumo de alimentos, la práctica de algún deporte o la marca que se consuma, cabe mencionar que este estudio se realizó para marcas conocidas y que tienen un gran consumo (Pallmall, Camel y Marlboro)

Entonces podemos decir que un individuo fumador definitivamente presentara alteraciones en su ritmo cardiaco, en algunos el ritmo se verá disminuido y en otros se verá un aumento situación que puede traer consigo problemas a la salud para el individuo.

Nota: Al comienzo del estudio se planteó incluir también el IMC (Índice de Masa Corporal), pero dado a que los individuos que fueron seleccionados tienen el mismo índice se optó por anular este factor del estudio.

BIBLIOGRAFÍA

adicciones, C. N. (2011-2012). Programa contra el tabaquismo.

Cabrera Navarro Pedro, R. d. (2005). *Manual de Enfermedades Respiratorias*. París, Francia: La Unión.

Gutierrez Pulido Humberto, R. d. (2008). *Análisis y Diseño de Experimentos*. México: Mc Graw Hill.

Índice de masa corporal. (26 de Mayo de 2015). Obtenido de <http://www.euro.who.int/en/health-topics/disease-prevention/nutrition/a-healthy-lifestyle/body-mass-index-bmi>

Jodral, M. M. (1992). *Tabaquismo: Consecuencias para la salud*. Universidad de Granada.

- Morales Kuri, P. A. (2002). *Mortalidad atribuible al consumo de tabaco en México*.
Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=10644507>
- Morales Kuri, P. A. (2006). *Epidemiología del tabaquismo en México*. Obtenido de
<http://dx.doi.org/10.1590/S0036-36342006000700011>
- González Meneses, F. M. (2002). *La industria Tabacalera en México*. Obtenido de
http://scielo.unam.mx/scielo.php?pid=S0036-36342002000700021&script=sci_arttext&tIng=es
- Regulación, D. d. (13 de mayo de 2012). *Tabaquismo en México: análisis y recomendaciones de mejora regulatoria*. Obtenido de
http://www.cofemer.gob.mx/Varios/Adjuntos/14.05.2012/IAPA_COFEMER_TABAQUISMO_EN_MEXICO_2012.pdf
- Reynales Shigematsu, L. M. (2006). *Costos de la atención médica atribuibles al consumo de abaco en el Instituto Mexicano del Seguro Social*. Obtenido de
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S0036-36342006000700007&script=sci_arttext
- Walpole Ronald E., R. H. (2012). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*.
México: Pearson Educación.

DESGASTE DE PASTILLAS SANITIZANTES DE CUATRO MARCAS COMERCIALES

Autores: Brenda Iveth Hernández Martínez, Elia Yasinda Aragón Sánchez, **Asesor:**
M.C.N. Fidel Flores Ocampo

brenqui_501@hotmail.com adnisay_nogara@hotmail.com

Palabras clave: Tiempo, peso, fragmento, pastillas, desgaste.

Resumen: El objetivo del presente trabajo es analizar el desgaste de cuatro fragmentos de pastillas sanitizantes mediante la aplicación del método estadístico diseño de bloques completos al azar a los datos obtenidos de un experimento realizado para obtener dicho análisis. Para dicho experimento se adecuó a un envase de detergente líquido con un mecanismo de llaves en la parte inferior para simular en proceso de descargas en un W.C. convencional, de igual manera se proporcionaron las cantidades tanto de pastillas como de agua en las cuales se basó dicho experimento. Se sintetizó en una tabla ANOVA la información requerida para realizar distintos contrastes después, y así poder verificar cuál de las marcas tuvo mayor desgaste en comparación con las demás.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo comprende el análisis de los resultados arrojados por una experimentación que se realiza con el fin de obtener una comparación en el desgaste entre cuatro pastillas sanitizantes de cuatro marcas distintas. Dentro del diseño del experimento, se tomaron en cuenta características propias del proceso de desgaste en una W.C. convencional. Realizado el experimento se obtuvieron datos con comportamiento que no se podía distinguir a simple vista, por ello se usó el diseño de bloques completos al azar del cual, y después de analizar los resultados obtenidos por medio del mismo, se obtuvieron datos concluyentes acerca del desgaste de las pastillas en cuestión. Es de notar que no hay referencias de trabajos similares, por lo tanto no se tiene un antecedente del comportamiento de estas pastillas, sin embargo podemos rescatar de este trabajo de investigación que no siempre es sinónimo de duración el costo elevado de una pastilla.

OBJETIVOS

Generales:

- Se pretende probar que el desgaste de una pastilla sanitizante es independiente de la marca comercial de la misma.

Particulares

- Realizar un diseño experimental para simular el efecto de descargas en el sanitario convencional.
- Hacer los cálculos pertinentes para que el diseño sea de modo tal que se proyecte dicha proporción en las medidas convencionales de un sanitario normal.
- Diseñar un tanque que reproduzca los efectos que la pastilla sufre al estar en el depósito sanitario.
- Dentro del diseño experimental, reproducir las condiciones naturales de exposición en cuanto al agua usada para uso sanitario, arrastre y condiciones normales de temperatura y presión.
- Comparar la duración de cada fragmento de pastilla con respecto a su precio correspondiente y así corroborar nuestra hipótesis de que las pastillas que tienen una duración mayor son aquéllas que tienen a su vez un mayor costo.

MARCO TEÓRICO

Se denomina aguas servidas a aquellas que resultan del uso doméstico o industrial del agua. Se les llama también aguas residuales, aguas negras o aguas cloacales. Son residuales pues, habiendo sido usada el agua constituyen un residuo, algo que no sirve para el usuario directo. (Antioquia, 1986)

En el transcurso entre los años 1897 a 1900 se introducen los filtros de suelo, bases de filtros rociadores (procesos intermitentes), fosas sépticas (patente de 1986), aeración intermitente de agua residual (antecesores de lodos activados). Para 1914 Ardern y Locket publican su trabajo sobre lodos activados. La primera planta tratadora de aguas residuales se construye en Inglaterra en 1923. De 1990 a 1992 en Francia, la compañía OTV desarrolla los filtros biológicos airados y patenta Biostyr, poco después otras compañías desarrollan variantes. En 1996 en Holanda, la compañía STOWA patenta el proceso SHARON (nitrificación controlada). En el año 2000 en Alemania se construye la primera planta (SBR) con Anammox (oxidación anaerobia de amonio con nitratos) (Miguel, 1989)

En la actualidad podemos hacer uso de los siguientes productos como sanitizantes que a su vez ayudan a disminuir la cantidad de bacterias presentes en el agua residual doméstica y en lo que nos concierne, el baño. (Antioquia, 1986)

- Polvo (para destapar drenajes, alcalino, control de olores, correctivo)
- Líquido (limpieza, desodorizado de drenajes, desengrasante, preventivo)
- Sanitizante sólido para drenajes (pastilla ,anillo)

Si bien estas formas son usadas para el tratamiento de drenajes, se llega al punto en que se pretende atacar los residuos en el agua antes de que se conviertan en tales, esto es auxiliados por pastillas que son depositadas en el tanque del baño para que al contacto con el agua, disminuya en cantidad considerable la presencia de bacterias en el agua antes de su uso, y un beneficio extra, dejan un agradable aroma.

La siguiente tabla tiene como objeto dar una breve comparación entre los métodos físicos y químicos de desinfección de aguas servidas y algunos ejemplos de ello. Cada uno de ellos tiene sus ventajas y sus desventajas y se emplean uno u otro método según sean las circunstancias. (EDDY, 1985)

Tabla 1. Sistemas y métodos de desinfección químicos y físicos

<i>Métodos</i>	<i>Comentarios</i>	<i>Ejemplos</i>
Métodos químicos		
Cloro y sus derivados	Los más empleados, tiene efecto residual	Compuestos de cloro, cloro gaseoso, dióxido de cloro
Bromo y derivados	Ocasionalmente se emplea	Bromo, óxidos de bromo
Yodo y derivados	Raras veces empleado	Yodo, hipoyodatos, yodatos
Peróxido de	Es una opción a la desinfección	Peróxido de hidrógeno

hidrogeno	con cloro	
Sales metálicas	Se emplea para desinfectar alimentos, raras veces agua	Cobre, plata
Ácidos y Álcalis	Se emplea en procesos tales como proceso cal/soda ash y en reciclado de aguas	Cal, hidróxido de sodio, ácido sulfúrico, ácido clorhídrico
Ozono	Después de la cloración es el método de desinfección más frecuentemente empleado	gas ozono generado in situ
Métodos Físicos	Comentarios	
Radiación Ultravioleta	Producida por lámparas que emiten radiación con una frecuencia de 254 nm	
Calor	Sistema muy empleado en procesos de pasteurización o en desinfección casera	
Radiación gamma	Solo se emplea para esterilización de equipo, no para desinfección de aguas.	

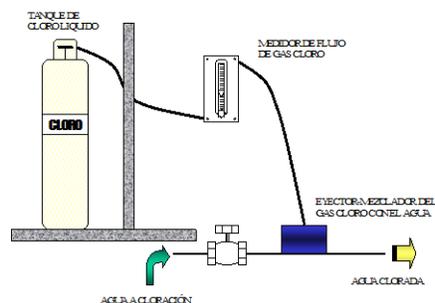


Ilustración 1. Desinfección por adición de cloro en forma de gas. El tanque de cloro está físicamente separado por el peligro en el manejo de este gas.

Tabla 2. Poder oxidante de algunos elementos y compuestos químicos.

<i>Oxidante</i>	<i>Potencial de Oxidación (volts)</i>
Flúor	3.0
Radical hidroxilo	2.8
Ozono	2.1
Peroxido de hidrogeno	1.8
Permanganato de potasio	1.7
dióxido de cloro	1.5
Cloro	1.4

DESINFECCIÓN CON OZONO: OZONIZACIÓN: La desinfección por ozono merece atención especial, ya que es un método que se está difundiendo por sus grandes ventajas sobre otras opciones posibles. Cuando se presenta una tormenta eléctrica y hay gran producción de rayos o relámpagos, por la alta concentración de cargas eléctricas en la atmósfera, también se produce ozono en el medio ambiente. El ozono es un gas que se produce en gran escala por la acción del paso de oxígeno o de una corriente de aire a través de dos electrodos sometidos a una gran diferencia de potencial. Esta diferencia de potencial origina la ionización de algunas moléculas de oxígeno que se combinan con moléculas de oxígeno no ionizadas para formar el ozono. El ozono, en forma similar a como ocurre con el cloro, destruye o inactiva las enzimas de los microorganismos y esa es la razón de su capacidad bactericida. También reacciona con sustancias de carácter orgánico e inorgánico presentes en el agua, con lo cual mejora la calidad del agua tratada, ya que los productos oxidados producidos, generalmente no son objetables o al menos son menos indeseables que las sustancias originales contenidas en el agua.

Las desventajas del uso del ozono son principalmente que éste no tiene efecto residual, y su gran inestabilidad, que hacen necesario el producirlo en el mismo sitio de uso.



Ilustración 2. Equipo industrial para producción de ozono y difusores de burbuja fina para inyección del aire rico en ozono.

METODOLOGÍA

Materiales:

Pastillas sanitarias de cuatro marcas distintas:(Bellazul, Harpic, Mr. Músculo y Marca Soriana)



Ilustración 3. Pastillas Sanitarias.

Tabla 3. Ingredientes contenidos en cada una de las pastillas.

INGREDIENTES	BELLAZUL	HARPIC	MR. MÚSCULO	SORIANA
Detergente no iónico	X			
Bicarbonato de sodio	X			X
Alcohol graso	X			
Mezcla de surfactantes biodegradables	X		X	X
Adherente orgánico	X			

Colorante azul	X	X	X	X
Secuestrante de dureza	X			
Fragancia	X	X	X	X
Espumante	X		X	
Diluyente	X			
Regulador de espuma	X			
Germicida de amplio espectro	X			
Tensoactivo aniónico		X	X	
Sulfato de Sodio		X		X
Carboximetil celulosa		X		
Dióxido de Silicio		X		
Triclorocarbanilida		X		
Cuaternario de amonio			X	X
Ácido Ascórbico			X	
EDTA				X
Desinfectante				X

- Agua
- Depósito adecuado al funcionamiento de descargas de un sanitario (galón de detergente con llave en la parte posterior)
- 4 Vasos de plástico
- Báscula Analítica
- Cuchillo

MÉTODO

El método que se usa comúnmente para la colocación de la pastilla sanitaria en el depósito del W.C. se describe en la ilustración 6.

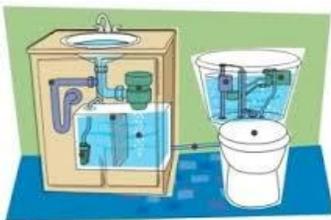


Ilustración 4. Colocación de las pastillas sanitarias.

Se realizó una experimentación con los siguientes elementos y metodología:

- Primero se adecuó un galón de detergente líquido que consta de un mecanismo con una llave integrada para el drenado de los líquidos dentro de él. Específicamente fueron cuatro los galones utilizados a los cuales se les cortó la parte posterior para de manera manual hacer el llenado con agua por esa parte e introducir la pastilla en vasos de plástico para exponerla al arrastre entre cada descarga.
- Las pastillas fueron proporcionadas de acuerdo a la capacidad de un depósito de W.C. convencional, quedando de 12 gramos por cada 1,5 litros de agua, los 1,5 litros de agua se consideraron con fines prácticos por cuestión de redondeo.
- El depósito elaborado en los galones de detergente fue el mismo para cada una de las distintas marcas de pastilla, simulando la descarga que se realiza en el depósito sanitario regular.
- El experimento se realizó en base a cálculo de proporciones tanto de pastillas como de agua en comparación con un depósito estándar. Además se realizó un pre experimento, donde se midió la capacidad de adsorción de cada pastilla, tomando en cuenta que cada pastilla tenía la misma forma geométrica y el mismo peso.
- Los vasos empleados fueron pesados para usar uno de peso igual para cada pastilla, sin embargo no se encontraron cuatro vasos que pesaran lo mismo por lo que se anotaron los pesos de cada vaso y se usó para cada marca de pastilla un vaso de peso establecido.

- Para la pastilla sanitizante marca Bellazul el peso del vaso fue 6.13 gr.
- El peso del vaso para la pastilla Harpic fue de 6.38 gr.
- En el caso de la pastilla Mr. Músculo el peso del vaso fue 6.45 gr.
- Para la marca Soriana el peso del vaso fue de 6.32 gr.
- El procedimiento de inmersión de cada pastilla en el depósito se realizó de manera aleatoria.
- Se dejó pasar un tiempo de 20 minutos entre cada descarga, (la descarga fue simulada con el arrastre del material de la pastilla por efecto del drenado a través de la llave del depósito simulado).

Al final de cada conjunto de descargas se tomaba el peso de cada vaso con su respectiva pastilla en la báscula analítica.

EXPOSICIÓN DE LA PROPUESTA

HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

‘Las pastillas sanitizantes tienen un desgaste igual en iguales condiciones de forma tal que la marca de la pastilla no influye en tal desgaste’.

Se realizará un proceso experimental para verificar nuestro supuesto de que las pastillas sanitizantes se desgastan en la misma proporción sin importar la marca de la pastilla.

Un sanitizante, es un compuesto que reduce pero no necesariamente elimina los microorganismos del medio ambiente y objetos inanimados. Son generalmente utilizados en contacto con alimentos. Los sanitizantes son sustancias que reducen el número de microorganismos a un nivel seguro.

Debe tener propiedades germicidas o antimicrobianas y se aplican a los objetos no vivos para destruir los microorganismos, de las cuales el proceso que se conoce como la desinfección o sanitización.

La principal diferencia entre un desinfectante y un sanitizante es que, en un determinado uso de la dilución, el desinfectante debe tener una mayor capacidad para matar bacterias patógenas en comparación con la de un sanitizante. Una versión oficial y

legal establece que un sanitizante debe ser capaz de eliminar el 99,999%, conocido como una reducción logarítmica de 5, de una población bacteriana de prueba, y de hacerlo dentro de 30, otra diferencia entre sanitizante y desinfectante es que el sanitizante no es capaz de destruir esporas o virus.

Un sanitizante perfecto es el que ofrece una buena esterilización, sin dañar otras formas de vida, debe ser barato, y no ser corrosivo. Lamentablemente, los sanitizantes o desinfectantes ideales no existen. La mayoría de los desinfectantes son también, por su propia naturaleza, potencialmente perjudiciales (incluso tóxicos) para los seres humanos o los animales.

Deben ser tratados con el cuidado apropiado. La mayoría vienen con las instrucciones de seguridad impresas en el envase, que debe leerse en su totalidad antes de usar el reactivo.

La mayoría de los materiales con poder bactericida contienen Bitrex, una sustancia amarga diseñada para desalentar la ingestión, como una medida de seguridad añadida. Los que se utilizan en interiores no deben mezclarse con otros productos de limpieza porque pueden ocurrir reacciones químicas secundarias.

Son utilizados con frecuencia en hospitales, clínicas dentales, cocinas y cuartos de baño, en industrias del ramo alimentario, etc., para matar organismos infecciosos. También se les puede denominar Germicidas.

RESULTADOS

Se analizaron los datos por medio de un diseño de bloques completos al azar y una síntesis de los datos obtenidos en una tabla ANOVA, así como la prueba de normalidad y de dicho análisis se obtuvo un rechazo a la hipótesis planteada de que las pastillas de las cuatro diferentes marcas (Bellazul, Pato Purific, Mr. Músculo y Soriana) sufren el mismo desgaste al ser depositadas en el tanque del W.C., aceptando de esta forma que al menos alguna de ellas tiene un desgaste promedio diferente.

Tabla 5. ANOVA (Resultados)

<i>Origen de las variaciones</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Grados de libertad</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Valor crítico para F</i>
Bote	7.507675	3	2.50255833	1.73439819	0.22932894	3.86254836
Pastilla	114.117225	3	38.039075	26.362983	8.6249E-05	3.86254836
Error	12.986075	9	1.44289722			
Total	134.610975	15				

Si al menos una marca de pastillas sanitizantes se desgasta de forma diferente de otra, entonces ¿cuáles marcas de pastilla son diferentes entre sí? Para responder esta pregunta se realizan todas las comparaciones posibles con una prueba de contrastes.

Tabla 6. Prueba de contrastes.

<i>Origen de las variaciones</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Grados de libertad</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Valor crítico para F</i>
Bote	7,507675	3	2,5025583	1,7343981	0,2293289	3,8625
Pastilla	114,11722	3			8,6249E-05	
	97,0714	1	97,0714	67,275339		5,12
	16,95	1	16,95	11,747198		
	0,0946	1	0,0946	0,0655625		
Error	12,986075	9	1,4428972			
Total	134,61097	15				

CONCLUSIONES

De todo lo anterior podemos concluir que la pastilla Soriana tiene un comportamiento significativamente distinto a las otras marcas de igual forma que la Mr. Músculo que vienen a representar el mayor desgaste de entre las pastillas, las pastillas harpic y bellazul no tienen un comportamiento significativamente distinto su desgaste es similar.

De ahí, en cuanto a desgaste se refiere, la marca Soriana se encuentra en primer lugar, en segundo lugar ter. Músculo, seguida en tercer lugar por Harpic y Bellazul.

Dentro del experimento se observó que la pastilla Bellazul tenía un comportamiento distinto, sin embargo los datos numéricos arrojaron resultados tales que no se podrían percibir de manera física. No se tuvo mayor problemática que la del diseño de los tanques simulando el funcionamiento de un tanque de W.C. estándar. A los resultados se le puede dar una interpretación en cuanto a desgaste se refiere, sin embargo llevándolo de manera práctica a la realidad se puede apreciar que no siempre las pastillas de mayor costo son las que tienen una duración mayor, esto así demostrado por la pastilla de marca Bellazul que aun cuando es la de menor desgaste dentro del experimento realizado, está por debajo, en cuanto a costos se refiere, de las pastillas de la marca Harpic y Mr. Músculo.

A continuación una representación fotográfica del experimento realizado.

Ilustración 5. Imágenes del experimento realizado en uno de los laboratorios de la Facultad de Ciencias Químicas de la UJED



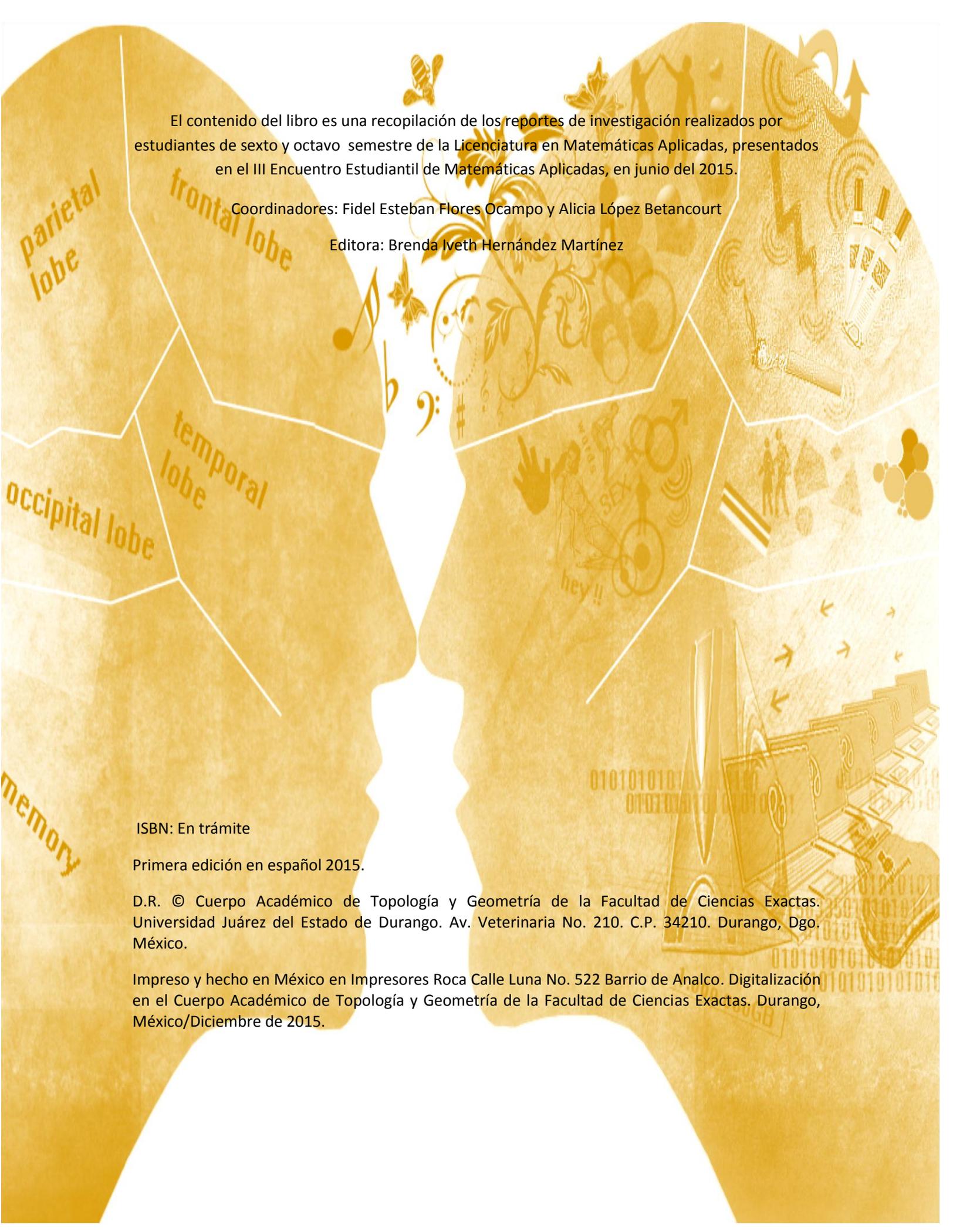
BIBLIOGRAFÍA

- Antioquia, A. d. (1986). *Características y prertatamiento de las aguas residuales*. Colombia: Medellín.
- Barrera, M. L., & Bonilla, B. B. (2009). *Química 1*.
- Crites, R., & Tchobanoglous, G. (2000). *Sistemas de manejo de aguas residuales para núcleos y descentralizados Tomo 1*. 1082.
- EDDY, M. &. (1985). *Ingeniería de aguas residuales, tratamiento, vertido y reutilización*. Barcelona, España: Mc Graw Hill.
- F. Burriel Martí, F. L. (2002). *Química Analítica Cuantitativa*. THOMSON.
- García Rojas, N., Villanueva Díaz, P., Campos Medina, E., & Velázquez Rodríguez, A. (2012). Análisis de la adsorción como método de pulimiento en el tratamiento de aguas residuales. *QUIVERA*, 22.
- Irina, S. B., Carmen, D. D., Mario, C. A., Elena, C. V., & Armando, M. S. (2012). Bacterias rizosféricas con potencialidades fisiológicas para eliminar materia orgánica de aguas residuales. *Revista internacional de contaminación ambiental*.
- Joses. (Marzo de 2005). Evaluación de la efectividad de un desinfectante derivado del grupo de los amonios cuaternarios para el enfrentamiento a los desastres biológicos. *Revista Electronica de Veterinaria REDVET@*, pág. 11.
- L., M. R. (1990). *Tratamiento de aguas industriales*. MARCOMBO S.A.
- López, S., Osorio, G., Gallardo, T., & Arellano, S. (2002). Preparación, caracterización y efecto de la temperatura de fijación del pilar en la adsorción de vapor de agua de una arcilla pilarizada de aluminio. *Journal of the Mexican Chemical Society*, 6.
- Martínez, N. P., Rubalcava, C. L., & Cruz, S. L. (2003). Avances en la investigación básica de los efectos in vivo de los disolventes de abuso. *Salud mental*, 9.
- O., F. D. (2000). Uso de Germicidas en aguas residuales. 4.

Ramos, Y., & Alonso, G. (2011). Evaluación de la resistencia a agentes desinfectantes de bacterias aisladas de ambientes naturales. *Revista de la Sociedad Venezolana de Microbiología*.

J. Silva,, Torres, P., & Madera, C. (2008). Reuso de aguas residuales domésticas en agricultura. Una revisión. *Proquest*, 13.

Solé, M. R. (2006). Consideraciones y casos en torno al ciclo del agua. *Polis, Revista de la Universidad Bolivariana*, 10.



El contenido del libro es una recopilación de los reportes de investigación realizados por estudiantes de sexto y octavo semestre de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas, presentados en el III Encuentro Estudiantil de Matemáticas Aplicadas, en junio del 2015.

Coordinadores: Fidel Esteban Flores Ocampo y Alicia López Betancourt

Editora: Brenda Iveth Hernández Martínez

ISBN: En trámite

Primera edición en español 2015.

D.R. © Cuerpo Académico de Topología y Geometría de la Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Juárez del Estado de Durango. Av. Veterinaria No. 210. C.P. 34210. Durango, Dgo. México.

Impreso y hecho en México en Impresores Roca Calle Luna No. 522 Barrio de Analco. Digitalización en el Cuerpo Académico de Topología y Geometría de la Facultad de Ciencias Exactas. Durango, México/Diciembre de 2015.