

La estimación y el cálculo mental en educación básica: preescolar

María del Carmen Olvera Martínez • Angelina Alvarado Monroy • Armando Mata Romero



© María del Carmen Olvera Martínez,
Angelina Alvarado Monroy, Armando Mata Romero



ISBN: 978-607-503-189-7

Publica:



SECRETARÍA
DE EDUCACIÓN



Secretaría de Educación del Estado de Durango
con Facultad de Ciencias Exactas
de la Universidad Juárez del Estado de Durango

Imprime:



Proyecto: *Estrategias para la implementación de las habilidades matemáticas en Educación Básica.*

Con financiamiento del Programa
Fortalecimiento de la Calidad Educativa 2017
para la Secretaría de Educación del Estado de Durango.

Colaboradores:

Ricardo Isaac Bello Aguirre, Karla del Rocío Campos Martínez,
Carlos Michelle Díaz Leyva, Adriana Escobedo Bustamante.

Diseño gráfico:
Elizabeth Román Sánchez

Durango, Dgo. México, febrero de 2018

C.P. RUBÉN CALDERÓN LUJAN
SECRETARIO DE EDUCACIÓN DEL ESTADO DE DURANGO

MTRO. MIGUEL GERARDO RUBALCAVA ÁLVAREZ
SUBSECRETARIO DE SERVICIOS EDUCATIVOS

ING. CUITLÁHUAC VALDÉS GUTIÉRREZ
SUBSECRETARIO DE EDUCACIÓN, REGIÓN LAGUNA

PROFR. MARCO AURELIO ROSALES SARACCO
DIRECTOR DE EDUCACIÓN BÁSICA "A"

MTRO. JESÚS ROBERTO ROBLES ZAPATA
DIRECTOR DE EDUCACIÓN BÁSICA "B"

PROFR. ARMANDO AGUILAR SOTO
DIRECTOR DE EDUCACIÓN INDIGENA

MTRO. GABRIEL CASTILLO DOMÍNGUEZ
DIRECTOR DE SERVICIOS EDUCATIVOS, REGIÓN LAGUNA

MTRO. JOSÉ TEODORO ORTÍZ PARRA
DIRECTOR DEL SISTEMA ESTATAL DE TELESECUNDARIAS

LIC. TELMA MARCELA PALENCIA MEZA
*COORDINADORA ESTATAL DEL PROGRAMA
FORTALECIMIENTO DE LA CALIDAD EDUCATIVA*

Índice

Introducción.....	7
Capítulo 1.....	11
Acerca del Diseño y los Propósitos de este Libro	11
Capítulo 2.....	17
El Cálculo Mental.....	17
2.1 Encuentra las que faltan.....	19
2.2 Contemos rápido.....	23
2.3 Juego de Cartas: Completar o juntar.....	24
2.4 Lotería	28
2.5 Las Regletas de Cuisenaire: Descomposición de un Número en Sumas.....	32
2.6 Las Fichas de Dominó: Suma de 5 en 5.....	34
2.7 Construyamos figuras	36
Capítulo 3.....	40
El Papel de la Estimación y la Aproximación	40
3.1 El papel de la estimación y aproximación.....	42
3.2 Estimación de Contornos.....	43
3.3 Cubrir superficies	45
3.4 Llenado de Cuerpos Geométricos.....	47
3.5 Estimación de piezas para el teselado.....	49
3.6 Aviones y Trayectorias.....	51
3.7 Hagamos un Portarretratos.....	53
3.8 Diseño digital: trabajo con fotografías.....	55
3.9 Cuadrados y más cuadrados	57
Capítulo 4.....	60
Planear y orquestar una clase	60
Capítulo 5.....	66
Conclusiones	66
Bibliografía Citada.....	69
Anexo.....	70
Materiales y Recursos.....	70

Introducción

Este libro es el primero de la serie *Cálculo mental y estimación en la educación básica: preescolar, primaria y secundaria*. Está pensado para profesores del nivel preescolar del estado de Durango, México, es producto de diferentes talleres que se han impartido en la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Juárez del Estado de Durango (FCE-UJED), a petición de la Secretaría de Educación del Estado de Durango (SEED) a través del proyecto Estrategias para la implementación de las habilidades matemáticas en Educación Básica, apoyado por el Programa de Fortalecimiento de la Calidad Educativa (PFCE, 2017), cuyos objetivos son:

Objetivo General:

Apoyar y fomentar que las Instituciones de Educación Básica Públicas implementen y cuenten con planes y programas educativos de calidad, a fin de que contribuyan al desarrollo de México.

Objetivos Específicos:

Fortalecer las capacidades didácticas de los docentes y directivos para desarrollar las habilidades de lenguaje, comunicación y matemáticas en los/as educandos/as de preescolar, primaria y secundaria de escuelas públicas.

Adquirir, elaborar o reproducir materiales educativos o didácticos complementarios para favorecer el desarrollo de habilidades de lenguaje, comunicación y matemáticas en los/as educandos/as de preescolar, primaria y secundaria de escuelas públicas.

El libro incluye también, parte del material que a lo largo de la última década se ha elaborado en la FCE-UJED como resultado del trabajo de los autores en diversos grupos de investigación, principalmente en el Grupo Internacional de Investigación Campus Viviente de Educación en Ciencia, Ingeniería, Tecnología y Matemáticas. Esto ha contribuido a que este sea un material que para su diseño ha tomado como elemento central el contexto, esto se puede observar en la sección 3.8, por mencionar alguna, donde aparecen escenarios de parques y

museos del estado de Durango. Finalmente, este libro pretende reflejar algunas facetas del cálculo mental y la estimación: como procedimientos que permiten anticipar y planear soluciones a problemas cotidianos, como herramienta didáctica para transformar la práctica de los profesores, como componente básico para la formación de preescolares, como procedimientos transversales que conectan diferentes contenidos matemáticos y finalmente, para uso de profesionales e investigador.

En las últimas décadas, la estimación y el cálculo mental han sido descuidados en la enseñanza de las matemáticas en los niveles básicos en nuestro país.

Esto ha tenido repercusiones que han sido documentadas en estudios conducidos con niños mexicanos y han dado información acerca de la necesidad de incorporar una instrucción activa detalles procedimientos (Mochón & Vázquez, 1995).

Desde una reflexión acerca de la formación necesaria en los profesores para fortalecer los procedimientos de cálculo mental y de estimación, surge la necesidad de definir el conocimiento del contenido matemático y el conocimiento del contenido didáctico, es decir las estrategias y recursos para su enseñanza.

Preguntas que guían este trabajo son ¿cómo hacerlo útil para los profesores/estudiantes?, ¿qué tipo de propuestas didácticas se pueden diseñar para su enseñanza?, ¿cómo se pueden enfatizar la interacción social y el trabajo colaborativo?

Este libro presenta un material que intenta dar respuesta, desde la visión de los autores, a estas preguntas en el contexto de la estimación y el cálculo mental, en el cual, son pocos los textos que apoyan la transformación del trabajo docente para una incorporación dinámica y congruente con los resultados derivados de los avances en educación matemática de las últimas décadas.

Esta antología apoya al cumplimiento de los propósitos generales para la educación básica en matemáticas:

1. Concebir las matemáticas como una construcción social en donde se formulan y argumentan hechos y procedimientos matemáticos.
2. Adquirir actitudes positivas y críticas hacia las matemáticas: desarrollar confianza en sus propias capacidades y perseverancia al enfrentarse a problemas; disposición para el trabajo colaborativo y autónomo; curiosidad e interés por emprender procesos de búsqueda en la resolución de problemas.
3. Desarrollar habilidades que les permitan plantear y resolver problemas usando herramientas matemáticas, tomar decisiones y enfrentar situaciones no rutinarias (SEP, 2018).

Al igual que a los siguientes propósitos específicos para la educación preescolar (SEP, 2018):

1. Usar el razonamiento matemático en situaciones diversas que demanden utilizar el conteo y los primeros números. Por ejemplo, las secciones: 2.1 Encuentra las que faltan; 2.2 Contemos rápido; 2.3 Juego de cartas: completar o juntar; 2.4 Lotería; y, 2.5 Las regletas de Cuisenaire: descomposición de un número en sumas.
2. Comprender las relaciones entre los datos de un problema y usar procedimientos propios para resolverlos. Algunas de las secciones que atienden este propósito son:

3.5 Estimación de piezas para crear un tapete; 3.6 Aviones y trayectorias; 3.8 Diseño digital: trabajo con fotografías

3. Razonar para reconocer atributos, comparar y medir la longitud de objetos y la capacidad de recipientes, así como para reconocer el orden temporal de diferentes sucesos y ubicar objetos en el espacio. Las secciones 2.7 Construyamos figuras; 3.2 Estimación de contornos; 3.3 Cubrir superficies; 3.4 Llenado de cuerpos geométricos;

3.7 Hagamos un portarretratos; y, 3.9 Cuadrados y más cuadrados proponen ambientes de aprendizaje relacionados con este propósito.

Para su organización, en el primer capítulo se ha considerado una breve aproximación a la necesidad de incluir el cálculo mental y la estimación en diferentes momentos de la enseñanza del pensamiento matemático en preescolar. También, se exponen algunos lineamientos y principios para un diseño didáctico altamente participativo y alternativo a la práctica de instrucción habitual meramente expositiva, acompañado de una evaluación formativa que apoye al docente en documentar el pensamiento del estudiante. Finalmente, se describen los propósitos pretendidos con la elaboración de este libro.

Se dedica el segundo capítulo al cálculo mental, su papel en la formación y los beneficios de incorporarlo en diferentes momentos de la enseñanza en preescolar. Se sigue con la presentación de siete diseños que muestran ambientes de aprendizaje dinámicos y participativos para incorporar en el aula.

El tercer capítulo está reservado para una reflexión de los fines de la estimación y la aproximación, el papel que desempeñan en la formación de los

estudiantes preescolares y las ventajas de incorporarla como una práctica habitual en el aula.

A posteriori se presentan ocho ambientes de aprendizaje que entrelazan numerosos contenidos del programa de estudios de preescolar. Dichos ambientes se han probado en diferentes cursos y talleres con profesores y también con estudiantes

En el Capítulo 4 se guía al profesor de preescolar en la planeación para llevar a buen fin la implementación en el aula de los diferentes ambientes de aprendizaje presentados en los dos capítulos previos. Para ello, se presentan ejemplos de protocolos de planeación que ayudarán a anticipar y conducir las discusiones conceptualmente productivas que se pueden presentar durante el transcurso de la clase.

Luego, en el Capítulo 5 se delinear algunas conclusiones de los autores acerca del diseño y la selección de los ambientes de aprendizaje tratados en este libro.

Finalmente, se presentan las referencias bibliográficas y un anexo que concentra los detalles de las herramientas y recursos necesarios para implementar los ambientes de aprendizaje tratados en este material.

Capítulo 1

Acerca del Diseño y los Propósitos de este Libro

Las habilidades para la estimación y el cálculo mental contribuyen a un completo desarrollo de pensamiento flexible (asociado con la habilidad para utilizar una diversidad de estrategias para resolver un problema o situación) y fluido ya sea con números enteros, estimando perímetro, área, volumen, el costo de una lista de compras, la cantidad de personas en un evento, etc. «El cálculo mental y la estimación nos permiten prever o evaluar la solución de los problemas que se presentan» (Segovia & Rico, 2016, p. 149), esto hace que sean de gran utilidad en el proceder matemático de lo cotidiano y, en consecuencia, que sean de los procedimientos más utilizados. El perfil de egreso en el ámbito del pensamiento matemático establece que al término de la educación preescolar el estudiante «Cuenta al menos hasta 20. Razona para solucionar problemas de cantidad, construir estructuras con figuras y cuerpos geométricos, y organizar información de formas sencillas (por ejemplo, en tablas).» (SEP, 2017, p. 48). Por lo anterior, en la formación preescolar se deben considerar estrategias con el propósito de desarrollar habilidades en los niños para el manejo del cálculo mental y la estimación, las cuales son cruciales al enfrentar la resolución de un problema o una situación. Cuando se privilegia una enseñanza algorítmica, los estudiantes suelen ser más exitosos y sentirse más cómodos con ejercicios que les piden realizar cálculos exactos a partir de un procedimiento establecido.

En contraste, cuando se busca apoyar el desarrollo de habilidades de razonamiento, de sentido lógico,

de pensamiento fluido y flexible y de comprensión conceptual, es necesario incluir actividades de estimación y cálculo mental. Tales habilidades están estrechamente relacionadas, pero también se pueden establecer sus diferencias. Para Hartnett (2007), el cálculo mental utilizando estimaciones suele ser más complejo que sólo aplicar un procedimiento, dado que requieren de un conocimiento profundo de cómo funcionan los números en el contexto de la situación.

Al ser el cálculo mental y la estimación habilidades para la vida diaria, una ventaja es que es posible relacionarlos con múltiples contextos y contenidos. En Educación Preescolar se pueden relacionar con todos los ejes (Número; Forma, espacio y medida; y Actitudes hacia el estudio de las matemáticas) y con casi todos los contenidos del plan de estudios de matemáticas en preescolar (SEP, 2018). Bajo este supuesto, en este libro se presentan propuestas didácticas con la intención de otorgar un papel preponderante al cálculo mental y a la estimación durante todo el ciclo de educación preescolar; sin embargo, debe aclararse que este libro no enseña a estimar o calcular mentalmente, más bien ofrece situaciones dirigidas a que los estudiantes desarrollen habilidades, discutan diferentes formas de aproximarse para resolver las situaciones y que cada estudiante pueda apropiarse de aquellas que le parezcan “mejores”

Lo primero que se ha tomado en cuenta para el diseño ha sido centrarse en una alternativa al método tradicional expositivo, asumiendo que el conocimiento no ocurre por transmisión. Así, las

propuestas didácticas son Ambientes de Aprendizaje Centrados en el Estudiante (AACE), en ellos el conocimiento debe ser construido por los estudiantes y se debe «proporcionar actividades interactivas y complementarias que permiten a los individuos abordar necesidades e intereses de aprendizaje únicos, estudiar múltiples niveles de complejidad y profundizar la comprensión» (Hannafin & Land, 1997, p. 168; citados por Land, Hannafin & Oliver, 2012).

En los AACE varían los métodos y estrategias utilizados por los estudiantes en función de los objetivos y contextos en los cuales son aplicados. Aunque, según Land, Hannafin & Oliver (2012) todos deben comprender cuatro componentes básicos:

Contextos que representan la naturaleza de los problemas o tareas que guían y orientan a los estudiantes para el aprendizaje;

Herramientas que ofrecen apoyo basado en tecnologías (digitales y/o materiales concretos de bajo costo y fácil acceso) para representar, organizar, manipular, construir comprensión y comunicar conocimiento;

Recursos como fuentes de información y contenido, pueden ser fuentes de información estática o recursos dinámicos;

Andamios que sean mecanismos de apoyo diseñados para ayudar al individuo en sus esfuerzos para entender procedimientos, estrategias, conceptos y sobre cómo reflexionar, planear, monitorear, etc.

La enseñanza es un proceso en el cual se negocian las ideas y, posteriormente, son apropiadas por el estudiante, de esta manera, una comunicación efectiva tiene mucho que ver con una buena práctica de enseñanza y con un ambiente de aprendizaje, dado que estos últimos son espacios donde se desarrolla la comunicación y las interacciones que posibilitan el aprendizaje. Para apoyar dicha práctica, se consideró propicio que el diseño de los ambientes de aprendizaje, además de involucrar procesos de estimación y cálculo mental, consideraran lo siguientes aspectos:

- Estar alineados con los ejes y contenidos del currículo vigente (SEP, 2018);
- Relacionar más de un contenido de matemáticas o de otra disciplina;
- Ofrecer oportunidades para que los estudiantes de preescolar expresen sus ideas, conduciendo hacia la posibilidad de observar múltiples respuestas correctas;
- Fomentar que los estudiantes sientan que crean sus propias respuestas y no sólo siguen procedimientos preestablecidos y memorísticos;
- Presentar oportunidades para que los estudiantes expliquen sus razonamientos y discutan respuestas propuestas por otros compañeros de clase;
- Fomentar el trabajo colaborativo y ser altamente participativos;
- Ofrecer oportunidades para que los estudiantes generen producciones que indiquen al maestro su forma de razonamiento y, en consecuencia, permitan una evaluación formativa;

- Incluir ejemplos de preguntas que el maestro puede realizar basándose en las respuestas de sus estudiantes; y finalmente,
- Incorporar protocolos de planeación para el maestro.

Los ambientes de aprendizaje que conforman este libro, fueron seleccionados después de probarse en un taller multinivel (preescolar, primaria y secundaria) para profesores, esto permitió enriquecer las interacciones y modelar la complejidad de un grupo heterogéneo como el que usualmente tienen los profesores a su cargo. En el taller se propusieron dinámicas y actividades en las que los participantes interactuaban bajo condiciones y circunstancias propicias, con la finalidad de generar experiencias de aprendizaje matemático significativo y con sentido. En dichas experiencias, la tecnología digital, el juego, las múltiples respuestas a un problema y la demanda de un procedimiento o un método más que de un número como respuesta, cobraron relevancia al permitir el surgimiento y desarrollo de distintas formas de pensamiento, dirigidas a la comprensión de conceptos y/o procesos matemáticos.

El formato de presentación de los ambientes es el mismo en todos los que aparecen en este libro. Inicia con un nombre que describe la experiencia en la cual los estudiantes se verán inmersos, seguido de una o más preguntas a las cuales se intentará responder al final de la experiencia de aprendizaje.

Se plantea un problema, una situación contextualizada, enseguida se muestra una lista de materiales y recursos útiles para aproximarse a la resolución del problema o situación y, se describe la organización del grupo y preparación sugerida. A posteriori, se presenta la actividad que está estructurada en tres partes: I) interactúa y construye conocimiento; II) discusión, revisión y extensión de todas las ideas; y, III) evaluación formativa. Tal estructura, como antes se dijo, nos permite sentar las bases para que se dé una construcción social de conocimiento compartido, dado que en la primera parte interactúan en equipos de tres, usualmente, en la segunda parte se efectúa una socialización guiada por el docente donde se discuten y conectan las diferentes aproximaciones de los equipos y enseguida, en la parte III, se ofrece un espacio para generar evidencia que informe del pensamiento y aprendizaje del estudiante de preescolar. En algunos de los ambientes, al final se proponen actividades de extensión, o bien, para reforzar los aprendizajes y conocimiento que han surgido.

Los ambientes de aprendizaje que se encuentran en los capítulos dos y tres aparecen en la Tabla 1.1 y Tabla 1.2, acompañados de la alineación con el programa de estudios de pensamiento matemático en preescolar y la localización dentro de este texto. Lo anterior para brindar una guía rápida al docente para organizar su planeación de los momentos adecuados durante el ciclo escolar para ponerlos en práctica.

Tabla 1.1 Ambientes de aprendizaje para promover el cálculo mental en la educación preescolar que aparecen en el capítulo 2 de este libro.

AMBIENTES DE APRENDIZAJE PARA EL CÁLCULO MENTAL		
Nombre	Eje y contenidos relacionados	Sección en este libro
Encuentra las que faltan	Número, Álgebra y variación: Número. Forma, espacio y medida: Ubicación espacial.	2.1
Contemos rápido	Número, Álgebra y variación: Número; Forma, espacio y medida: Ubicación espacial.	2.2
Juego de cartas: completar o juntar	Número, Álgebra y variación: Número.	2.3
Lotería	Número, Álgebra y variación: Número.	2.4
Las regletas de Cuisenaire: descomposición de un número en sumas	Número, Álgebra y variación: Número. Forma, espacio y medida: Ubicación espacial; Magnitudes y medidas.	2.5
Las fichas del dominó: suma de 5 en 5	Número, Álgebra y variación: Número.	2.6
Construyamos figuras	Número, Álgebra y variación: Número. Forma, espacio y medida: Ubicación espacial; Figuras y cuerpos geométricos.	2.7



Tabla 1.2 *Ambientes de aprendizaje para promover la estimación en la educación preescolar que aparecen en el capítulo 3 de este libro.*

AMBIENTES DE APRENDIZAJE PARA LA ESTIMACIÓN		
Nombre	Eje y contenidos relacionados	Sección en este libro
Estimación de contornos	Número, Álgebra y variación: Número. Forma, espacio y medida: Figuras y cuerpos geométricos; Magnitudes y medidas.	3.2
Cubrir superficies	Número, Álgebra y variación: Número. Forma, espacio y medida: Figuras y cuerpos geométricos; Magnitudes y medidas.	3.3
Llenado de cuerpos geométricos	Número, Álgebra y variación: Número Forma, espacio y medida: Figuras y cuerpos geométricos; Magnitudes y medidas.	3.4
Estimación de piezas para crear un tapete	Número, Álgebra y variación: Número. Forma, espacio y medida: Figuras y cuerpos geométricos; Magnitudes y medidas.	3.5
Aviones y trayectorias	Número, Álgebra y variación: Número. Forma, espacio y medida: Magnitudes y medidas. Análisis de datos: Recolección y representación de datos.	3.6
Hagamos un portarretratos	Número, Álgebra y variación: Número. Forma, espacio y medida: Figuras y cuerpos geométricos.	3.7
Diseño digital: trabajo con fotografías	Número, Álgebra y variación: Número. Forma, espacio y medida: Figuras y cuerpos geométricos; Magnitudes y medidas.	3.8
Cuadrados y más cuadrados	Número, Álgebra y variación: Número. Forma, espacio y medida: Figuras y cuerpos geométricos; Magnitudes y medidas.	3.9

Capítulo 2

El Cálculo Mental

El cálculo mental, es entendido como una serie de procedimientos mentales y visuales que realiza un individuo sin la ayuda de lápiz y papel para obtener una respuesta exacta a problemas que involucran operaciones aritméticas.

Es un importante componente en la formación básica de los estudiantes desde preescolar hasta secundaria, dado que contribuyen al desarrollo de un pensamiento fluido y flexible.

Por ello, son necesarias experiencias relacionadas con el cálculo numérico, particularmente en la

educación preescolar. No únicamente por su utilidad en la vida diaria y por ser uno de los procedimientos matemáticos que mayor demandan de un individuo durante su vida. También, se tienen una serie de ventajas tales como las que aparecen en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Ventajas de incorporar activamente el cálculo mental en el aula.

EL CÁLCULO MENTAL CONTRIBUYE A:

1) La mejora de la concepción de número, al permitir el surgimiento de procesos cognitivos que en el cálculo escrito mecanicista no son revelados.	6) Estimular el análisis de situaciones al animar a investigar, a prestar atención a los pasos en el proceso, establecer prioridades, profundizar en las situaciones.
2) Enriquecer y flexibilizar la experiencia numérica y algorítmica.	7) La construcción, dado que un resultado se construye mediante resultados parciales.
3) Reforzar hechos básicos y propiedades de las operaciones aritméticas.	8) Controlar cálculos electrónicos y a la detección de errores en el cálculo escrito.
4) Agilizar el pensamiento cuantitativo y ayuda a construir significado de los números grandes.	9) Encontrar diferentes formas de resolución, dado que el cálculo mental es variable a diferencia de los algoritmos que son fijos.
5) Desarrollar capacidades cognitivas al ser motivador y fomentar el interés y la concentración ayudando a pensar y a resolver problemas o situaciones.	10) La flexibilidad de pensamiento, dado que una misma persona puede usar diferentes estrategias para resolver problemas.
	11) Recurrir al conocimiento informal de los estudiantes.

Fuente: Elaboración propia con información basada en Segovia & Rico (2016); Mochón & Vázquez (1995).

La técnica básica más utilizada para el cálculo mental es la de descomponer los números y operar con las partes. La descomposición más recurrente en los preescolares es de 2 en 2 o de 5 en 5.

El cálculo mental ofrece múltiples ventajas para la resolución de problemas matemáticos en la vida real. Algunas buenas razones para impulsar una instrucción más activa del cálculo mental en educación temprana, además de las ventajas antes expuestas, son los resultados de Mochón & Vázquez (1995) en un estudio conducido sobre el tema:

1) Cuando los estudiantes contestaron con lápiz y papel cometieron mayor número de errores que cuando procedieron con estrategias de cálculo mental.

2) Un contexto real ayuda a los estudiantes a utilizar estrategias de cálculo mental. Esto sugiere presentar este tema dentro de situaciones cotidianas como cálculos monetarios.

3) El cálculo mental promueve el surgimiento de estrategias propias de los estudiantes, apoyando el trabajo grupal con la finalidad de que ellos mismos observen los diferentes procedimientos de sus compañeros y poco a poco los puedan interiorizar.

El cálculo mental demanda procesos mentales y visuales, por ello, el dominó, las regletas de Cuisenaire y los juegos de cartas han sido herramientas importantes para el diseño de varios de los ambientes de aprendizaje propuestos para el desarrollo de habilidades en los estudiantes para el cálculo mental.

Tabla 2.2. *Ambientes de aprendizaje de este capítulo para incorporar el cálculo mental.*

AMBIENTES DE APREDIZAJE PARA FAVORECER EL CÁLCULO MENTAL
<i>Sección 2.1</i> Encuentra las que faltan
<i>Sección 2.2</i> Contemos rápido
<i>Sección 2.3</i> Juego de cartas: completar o juntar
<i>Sección 2.4</i> Lotería
<i>Sección 2.5</i> Las regletas de Cuisenaire: descomposición de un número en sumas
<i>Sección 2.6</i> Las fichas del dominó: suma de 5 en 5
<i>Sección 2.7</i> Construyamos figuras

Fuente: Elaboración propia.

2.1 Encuentra las que faltan

¿Cuántas debe haber? es la pregunta que guía este ambiente de aprendizaje. El objetivo es que los estudiantes encuentren la cantidad de figuras que están escondidas detrás de una “nube” de tal manera que se complete el total que debe haber (número dado). Un aspecto relevante en esta actividad es el tiempo, ya que las imágenes se van cambiando cada 3, 5 o 6 segundos, según el grado de dificultad que involucra el conteo correspondiente, de esta manera surge la necesidad, en el alumno, de encontrar una estrategia que le permita hacer el cálculo eficientemente. Esta actividad, promueve la idea intuitiva de la sustracción o resta, ya que, a partir del número dado y las representaciones gráficas visibles, debe encontrar la cantidad de representaciones faltantes.

Organización del grupo y preparación

La actividad se presenta de manera grupal. El profesor presenta las diapositivas al grupo y regula el tiempo en el cual deben responder.

Recursos y/o herramientas

- Diapositivas (Figura 1).
- Hojas para respuestas.
- Lápices, computadora y cañón para proyectar o las diapositivas impresas.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

A cada uno de los estudiantes se le entrega una hoja y un lápiz para que escriban sus respuestas. El profesor debe indicar, que las diapositivas mostradas estarán proyectadas un determinado tiempo, por lo que deberán buscar estrategias para un conteo rápido del resultado. Luego, se comienza con la proyección de las diapositivas, cada alumno debe escribir el número de figuras que están ocultos detrás de las nubes para que el total sea igual al número que aparece en la parte superior derecha de la diapositiva (Figura 1).

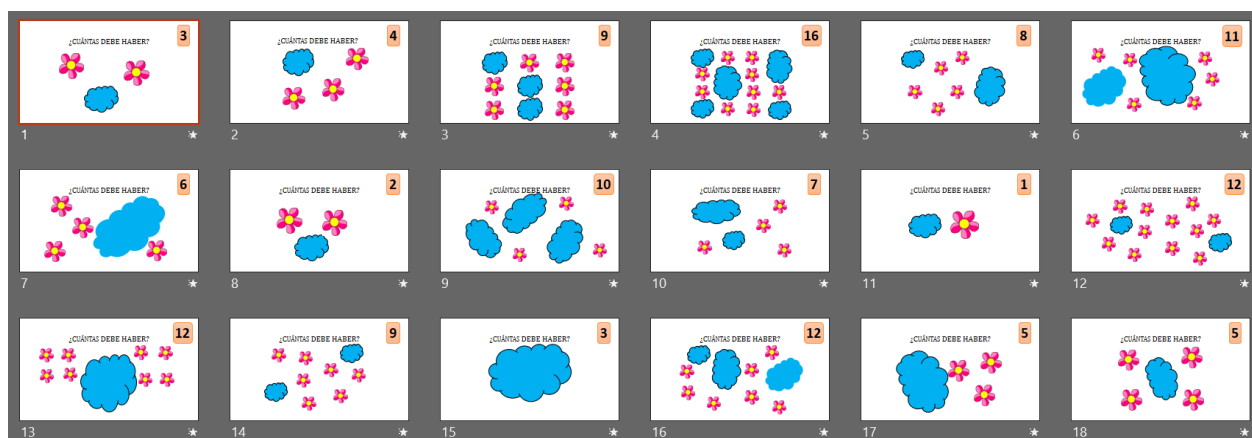


Figura 1. Ejemplos de diapositivas. Disponibles en Anexo pp. 120-128 y en

https://face.ujed.mx/?page_id=1681



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

Una vez que se termine la primera proyección, el profesor debe volver a mostrar las diapositivas y pedir a los estudiantes que digan en voz alta la respuesta que registraron. Cuando se escuchen respuestas diferentes, el profesor puede detener la proyección y analizar en el grupo la respuesta correcta. Al finalizar, se debe propiciar la discusión

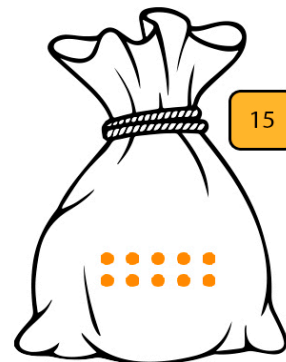
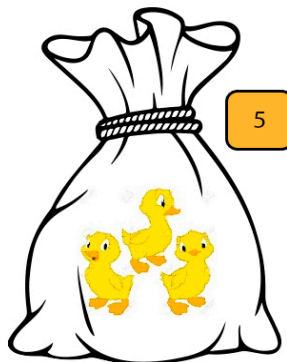
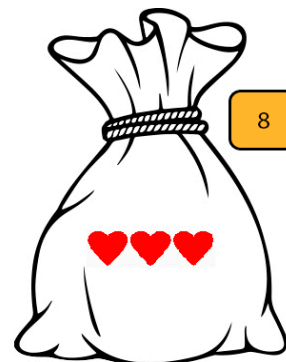
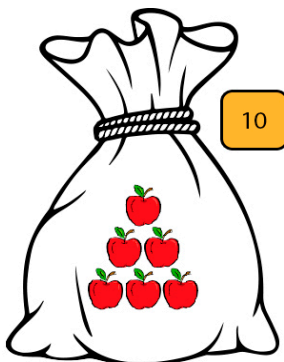
preguntando, por ejemplo, en cuáles tuvieron más dificultad, o bien, proyectando diapositivas específicas, y preguntando a los alumnos cómo encontraron la respuesta. Es importante escuchar todas las diferentes estrategias que siguieron los estudiantes y enfatizar las partes que pueden apoyar a que otros incorporen tal estrategia.



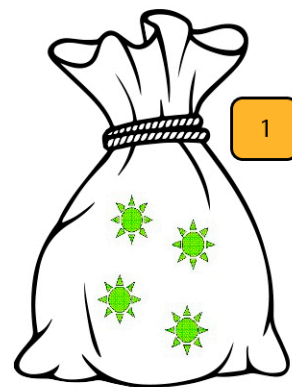
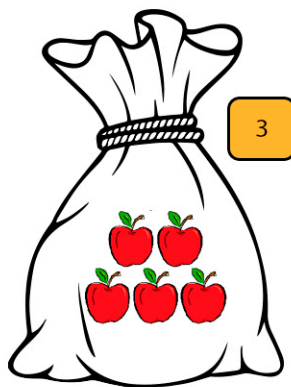
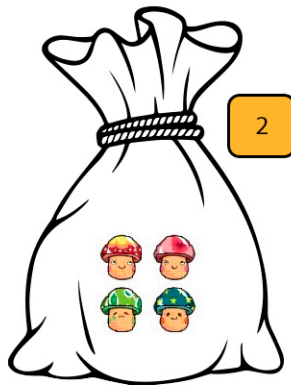
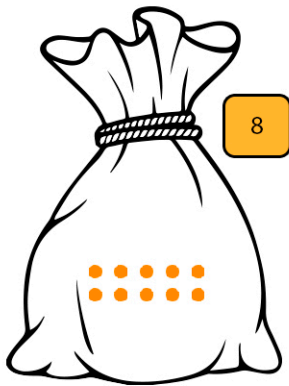
Parte III. Evaluación formativa

Para complementar este ambiente de aprendizaje, se propone al estudiante la siguiente actividad, donde, de manera intuitiva, trabajará la definición de suma y resta de números naturales.

1. Dibuja en cada una de las bolsas la cantidad de figuras que haga falta para que la bolsa tenga, en total, la cantidad que se pide en el cuadro de la derecha.



2. Tacha las figuras que sean necesarias para que sólo te queden los que se piden en el cuadro de la derecha.



2.2 Contemos rápido

¿Cuántas hay? ¿Cuántas están escondidas? son preguntas para dirigir este ambiente de aprendizaje. El objetivo es que los estudiantes identifiquen patrones en el acomodo de figuras para encontrar, lo más rápido posible, la cantidad total de figuras que se muestran en las diapositivas.

Un aspecto relevante en esta actividad es el tiempo, ya que las imágenes se van cambiando cada 3, 5 o 6 segundos, según el grado de dificultad que involucra el conteo correspondiente, lo que promueve que el alumno sienta la necesidad de encontrar una

estrategia que le permita hacer el cálculo de manera rápida, es decir, identificar patrones.

Organización del grupo y preparación

La actividad se efectúa en una organización grupal.

El profesor presenta las diapositivas al grupo y regula el tiempo en el cual deben responder.

Recursos y/o herramientas

- Diapositivas (Figura 1).
- Hojas para respuestas.
- Lápices.
- Computadora y cañón.

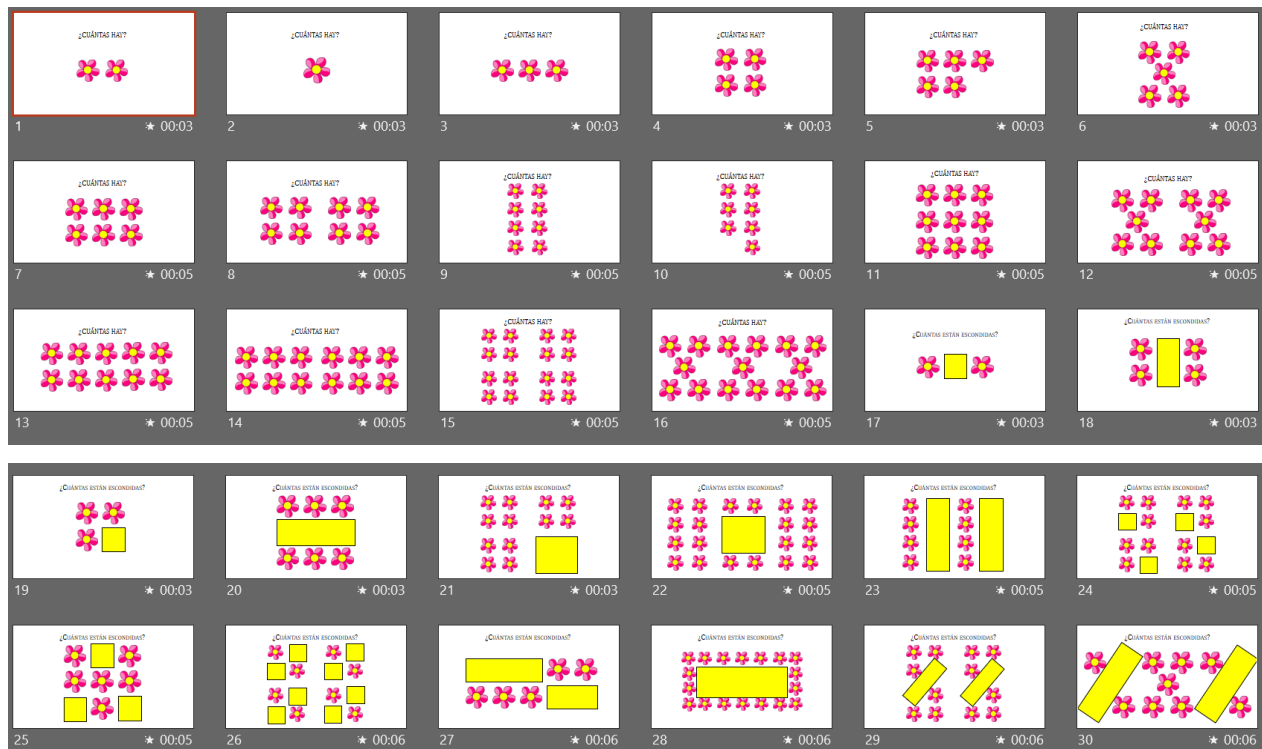


Figura 1. Ejemplos de diapositivas disponibles en el Anexo. pp. 131-146. También en:

https://face.ujed.mx/?page_id=1681

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

Se entrega una hoja y un lápiz a cada alumno para que escriba sus respuestas. El profesor debe dar las indicaciones del tiempo a los estudiantes para evitar confusiones al momento de que comiencen a aparecer las imágenes. Posteriormente, se comienza con la proyección de las primeras 16 diapositivas, cada alumno debe escribir el número correspondiente a la cantidad de imágenes que se muestran (Figura 1).

Una vez que se termine la primera proyección, el profesor debe volver a mostrar las diapositivas y pedir a los estudiantes que digan en voz alta su respuesta. Cuando se escuchen respuestas diferentes, el profesor debe detener la proyección y analizar en el grupo la respuesta correcta.



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

El profesor debe proyectar las diapositivas 17-30 y pedir a los estudiantes que digan en voz alta la cantidad de figuras que están escondidas detrás de los cuadrados. Al finalizar, se debe propiciar la discusión proyectando diapositivas específicas y preguntando a los alumnos cómo encontraron la respuesta. Es importante escuchar todas las estrategias diferentes que siguieron los estudiantes.



Parte III. Evaluación formativa

Se les pide a los estudiantes que dibujen la representación gráfica correspondiente a diferentes números con el acomodo que consideren más conveniente.

2.3 Juego de Cartas: Completar o juntar

¿De cuántas formas se pueden “completar ochos”?
¿De cuántas formas se pueden “juntar nueves”? son preguntas útiles en este ambiente de aprendizaje para construir la noción de suma en tercero de preescolar, se recomienda iniciar con palabras cercanas al niño, juntar, completar, reunir, pueden ser apropiadas para ello. En esta actividad la noción de suma se construye mediante un juego con una baraja inglesa convencional.

Preparación del Material para un grupo de 20 a 30 niños

1) De 5 juegos de cartas de baraja inglesa se quitan las cartas: J, Q, K y Joker.

2) Se separan las cartas del 6 al 10 y se organizan paquetes por figura (diamante, corazón, trébol, pica), estos paquetes son para uso del profesor o guía.

3) Se organizan paquetes con cartas del 1 (As) al 5 organizadas por figura. Estos paquetes son los que utilizarán los niños.

4) Es importante preparar la baraja de forma adecuada respetando la madurez cognitiva del estudiante. Para respetar la madurez cognitiva del estudiante puede ayudar la siguiente distinción:

Nivel 1: La Baraja de la Figura 1 es apropiada para niños que aún no trabajan el numeral.

Nivel 2: Para niños que ya trabajan el numeral y se centran en él más que en la imagen es apropiada una baraja como la de la Figura 3.

Cuando no estamos seguros del nivel o no se dispone de una baraja como la de la Figura 1, lo conveniente

es que, si se tiene una baraja como las de la Figura 2 o 3, se cubran los objetos que distinguen a la carta. Es decir, en la Figura 2 se encierran las picas del As, las cuales deben cubrirse (con etiquetas o pegatinas blancas) dado que el niño puede pensar que esa carta representa al 3 y no al 1. De la misma manera en la baraja de la Figura 3 se deben cubrir estas figuras distintivas.

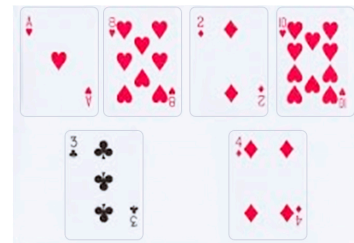
Figura 1



Figura 2



Figura 3



Organización del grupo

La configuración apropiada para la actividad es con equipos de 5 estudiantes. También se puede jugar con todo el grupo, sentados en círculo en el suelo y de tal manera que el profesor pueda visualizar a

todos los estudiantes. Para el aprendizaje funciona bien un ambiente relajado y de juego.

Es importante que en el equipo tengan un paquete de cartas (descrito en el punto 3) de una figura solamente y un guía que pueda monitorear al equipo.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

Paso I) Se inicia con barajar el paquete y repartir a los integrantes del equipo cartas del 1 al 5 y de una figura. Se dejan en el centro el resto de cartas.

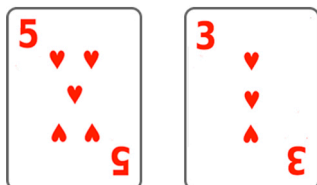
Paso II) Quien monitorea al equipo se queda con las cartas del 6 al 8 de la misma figura que tienen en el equipo.

Paso III) El monitor o guía del equipo saca una carta y la descubre al equipo. Por ejemplo:

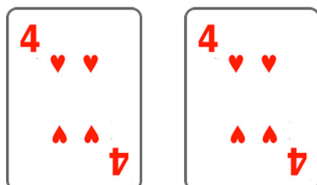
El guía dice “vamos a reunir ochos”



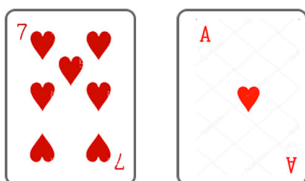
Una respuesta $5 + 3$; 5 y 3 juntan 8



Otra respuesta $4 + 4$; 4 y 4 dan 8



Una respuesta más $7+1$; 7 y 1 completan 8



Si un participante busca encontrar la combinación y no tiene cartas adecuadas para lograrlo, puede cambiar una de sus cartas ya sea con sus compañeros o con las cartas del centro.

Dado que es una actividad de múltiples respuestas, esto hace que sea altamente participativa. Es importante que todas las respuestas se vayan exhibiendo para que los niños visualicen que es posible “juntar ochos” de diferentes maneras.

Paso IV) Se pueden repartir nuevas cartas o permitirles que cambien una o dos y se continúa el juego cuando el guía saca una nueva carta (entre el 7 y el 10) para “reunir” el número. Se puede variar el lenguaje y en ocasiones decir “juntar”, “reunir”, “completar” y al final, “sumar”.



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

En grupo el profesor pega una carta (del 7 al 10) y les pide a los niños que propongan dos cartas para “juntar” ese número. Se van pegando en el pizarrón todas las opciones de cartas que sugieran los niños. Posteriormente, al lado de las opciones presentadas de cartas, se van poniendo los numerales y el signo apropiado para indicar la acción de juntar (+).



Parte III. Evaluación formativa

Dibuja todas las opciones de cartas de diamantes para reunir 10.

Extensiones a la Actividad

Se pueden repartir cartas a los participantes incluyendo al 7 o el 8 (antes se repartían del paquete del 1 al 6) y el profesor trabaja con cartas del 8 al 10, o bien, del 9 y 10 solamente.

2.4 Lotería

¿Dónde pongo mi ficha? es la pregunta que el alumno responde continuamente al interactuar dentro de este ambiente de aprendizaje.

El objetivo es promover en los estudiantes el tránsito entre dos representaciones de los números: numeral y gráfica. De esta manera, se espera que ellos relacionen cada numeral con su representación gráfica correspondiente y viceversa. Es por esto que se propone combinar ambas representaciones en los tableros y en las cartas para trabajarlas de manera simultánea. Parte importante de esta actividad, es la inclusión del cero, para promover que los estudiantes lo relacionen con la condición de ausencia.

Se sugiere trabajar la actividad en dos etapas: (1) comenzar con el uso de tableros y cartas que involucren únicamente los números del 0 al 5; (2) posteriormente, considerar tableros y cartas con los números del 0 al 10.

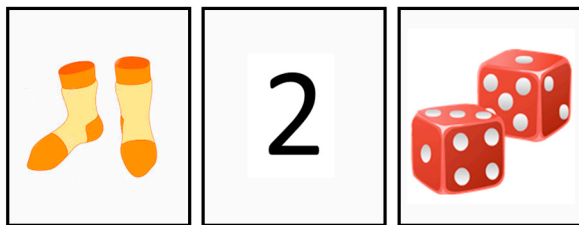


Figura 1. Ejemplos de cartas para lotería del 0 al 5.

Recursos y/o herramientas

1) Lotería del 0 al 5

- 17 cartas (seis, con los numerales del 0 al 5; diez, con las representaciones gráficas del 1 al 5 usando dos imágenes diferentes para cada representación, y una en blanco que represente al cero: Figura 1).
- Tableros de 3x2 casillas, uno por equipo (Figura 3).
- Seis fichas por equipo, puede ser algún otro material que los alumnos coloquen en sus tableros.

2) Lotería del 0 al 10

- 32 cartas (11, con los numerales del 0 al 10; 20, con las representaciones gráficas del 1 al 10 usando dos imágenes diferentes para cada representación, y una en blanco que represente al cero; Figura 2).
- Tableros de 3x3 casillas, uno por equipo (Figura 4).
- Nueve fichas por equipo, puede ser algún otro material que los alumnos coloquen en sus tableros.

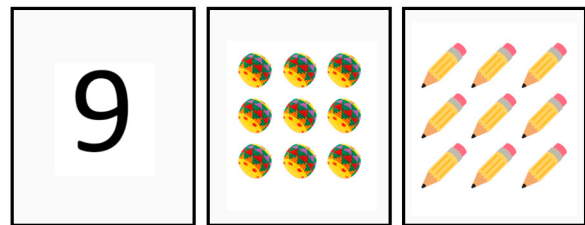


Figura 1. Ejemplos de cartas para lotería del 0 al 5.



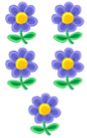
	3
5	
	

Figura 3. Ejemplo de tablero 3x2.


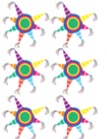
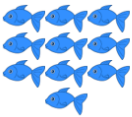


	3	
		4
8	1	

Figura 4. Ejemplo de tablero 3x3.

Organización del grupo y preparación

Se organiza el grupo en parejas y a cada una se le entrega un tablero de lotería y sus fichas correspondientes. El profesor busca un lugar apropiado para poder visualizar y monitorear a

todas las parejas. Para el aprendizaje funciona bien un ambiente relajado y de juego, se recomienda que constantemente el profesor repita “vamos a jugar”, “sigamos jugando”, etc.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

2) Si la carta que se muestra contiene una representación gráfica, el alumno deberá poner su ficha en el numeral correspondiente

Para iniciar la actividad, el profesor deberá dar a conocer las indicaciones del juego:

1) Si la carta que muestre el profesor es un numeral, el alumno debe colocar una ficha en la representación gráfica correspondiente.

Una vez que estén claras las indicaciones, el profesor baraja las cartas y comenzará a mostrarlas al grupo de una por una. El equipo que primero logre colocar todas sus fichas en el tablero deberá gritar ¡lotería!, y esperar a que el profesor verifique si fue correcto el llenado del tablero para poder asignarle un punto. Se deberá llevar un registro, en una tabla, de los puntos que obtiene cada equipo, el primero que acumule tres puntos será el ganador.

Lotería disponible en el Anexo pp. 87-119 y en https://face.ujed.mx/?page_id=1681



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

Después de completar un juego, el profesor puede comenzar a cuestionar a los estudiantes sobre:

- ¿Con cuáles cartas tuvieron más dificultad?
¿Por qué?
- ¿Qué es más fácil, relacionar el numeral con la representación gráfica correspondiente o al revés?
- ¿Qué sucede con la tarjeta que no tiene imágenes?
- ¿Qué estrategias utilizaron para encontrar la casilla donde debían poner la ficha?

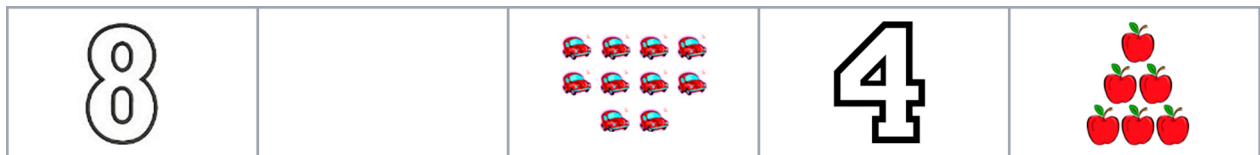
Es importante que el profesor lleve a los estudiantes a relacionar la tarjeta sin imagen con la ausencia de “algo” y que esa condición se representa con el numeral 0.













Parte III. Evaluación formativa

Como parte de la evaluación formativa, se proponen dos actividades.

- 1) En la primera, el estudiante debe unir con una línea el numeral o representación gráfica de la fila de arriba con su numeral o representación gráfica correspondiente con la fila de abajo.



2) En la segunda actividad, los estudiantes deben observar el número o imagen de la fila de arriba y, abajo escribir el número correspondiente, o bien, dibujar su representación gráfica.

2.5 Las Regletas de Cuisenaire: Descomposición de un Número en Sumas

¿De cuántas formas se puede descomponer un número en sumandos? Un número entero positivo siempre se puede expresar como suma de otros.



- Regletas de Cuisenaire

Organización del grupo y preparación

La configuración apropiada para la actividad es con equipos de 3 estudiantes para favorecer las discusiones productivas. Así pueden manipular el material y explorar las ideas de todos, cuando son más estudiantes, en la mayoría de los casos, se resta profundidad a las discusiones y el material es manipulado sólo por algunos.

Estructura de la Actividad



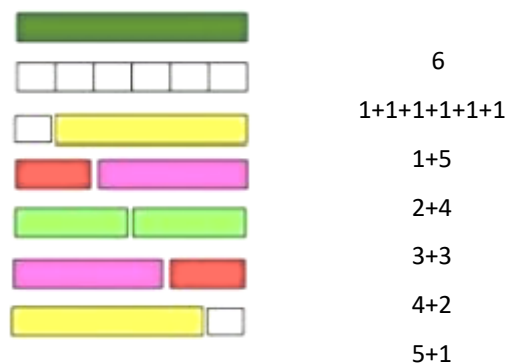
Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

En las regletas de Cuisenaire a cada número le corresponde una regleta de un color: Por ejemplo, en la Figura 1 vemos que la regleta blanca equivale al 1, la roja al 2, la verde claro al 3, la rosa al 4, la amarilla al 5 y la verde al 6.

De acuerdo con las marcas de regletas se pueden encontrar de madera o plástico y los colores pueden variar. Con estas regletas se pueden encontrar sumas diferentes para formar un número. Por ejemplo, el 4 o el 6 de la Figura 1.



Cuatro 4



Seis 6

Figura 1. Ejemplos de sumas para obtener el 4 y el 6.

Se les pide a los alumnos que utilicen las regletas de Cuisenaire para encontrar todas las maneras distintas, que les sean posibles para descomponer el número 7 como sumas.

¿Cuántas formas de expresar el 7 como suma de otros números pudieron encontrar?

¿Cuántas formas de expresar el 10 como suma de otros números crees que existen aproximadamente?

a) *menos de 10* b) *entre 10 y 20* c) *más de 20*

Para comprobar sus respuestas, se les pide que registren las sumas que descomponen al 10 y busquen la forma de organizar sus regletas para no perder de vista ninguna posibilidad.



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

Cada equipo muestra las diferentes sumas logradas y explica qué método utilizó para no dejar opciones fuera.



Parte III. Evaluación formativa

En los siguientes días realizar en grupo una actividad para que, utilizando cálculo mental, cada niño diga una forma de obtener un número dado. Por ejemplo, el 8, ya sin las regletas pueden pensar

y decir una posibilidad: $1+1+1+1+1+1+1$; $2+6$; $2+2+2+2$; $2+2+4$; $5+3$; $7+1$; etc. El profesor va registrando en el pizarrón cada respuesta que dan los estudiantes y la van revisando en grupo.

2.6 Las Fichas de Dominó: Suma de 5 en 5

Una de las primeras estrategias de conteo rápido o mental es el conteo de 5 en 5. En este ambiente de aprendizaje, ¿cuánto suman las dos fichas del dominó? es la pregunta que se desea responder utilizando esta estrategia y el apoyo del recurso visual del dominó.

Organización del grupo y preparación

La organización para esta actividad es con el grupo completo, o en ocasiones puede aplicarse en equipos de 3 o más estudiantes, con el maestro dirigiendo la actividad para observar las estrategias que siguen los estudiantes y motivarlos a compartirlas con sus compañeros.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

Etapas 1. En esta parte el profesor saca dos fichas del dominó que tengan al 5, las muestra y pide a los estudiantes que digan el resultado de sumar los puntos de las fichas. El procedimiento se repite con diferentes fichas del 5.

Ficha 1	Ficha 2	Suma

Etapas 2. Se repite el ejercicio, pero ahora con tres fichas que contengan el 5.

Ficha 1	Ficha 2	Ficha 3	Suma

Etapas 3. Se repiten los procesos anteriores, pero utilizando numeral.

Ficha 1	Ficha 2	Suma



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

En cada una de las etapas, luego de realizar diferentes sumas, se promueve una discusión para que expresen su estrategia para hacer el cálculo lo más rápido posible. Es importante que sean capaces de verbalizarlo y también de escuchar a sus compañeros.



Parte III. Evaluación formativa

Escriban en una hoja la estrategia que consideran más eficiente para encontrar el resultado de manera rápida.

Escriban en una hoja TODAS las posibles sumas de puntos que les dan: a) 5 b) 15

¿Cómo se puede descomponer el 37 en suma usando el mayor número de cincos?

Extensión de la actividad

Las fichas de dominó: suma de 10 en 10. Dominó recortable disponible en Anexo pp. 77-85 y versión para imprimir en números y puntos en:

https://face.ujed.mx/?page_id=1681

2.7 Construyamos figuras

¿Cuántos palitos y cuántas gomitas se necesitan?, es la pregunta que continuamente se tratará de responder en este aprendizaje de aprendizaje. Él cual se enfoca en la estimación de la cantidad de objetos que se requieren para construir la figura que se pide. También, tiene como objetivo que los estudiantes identifiquen el número de lados y vértices del triángulo y el cuadrado, y el número de aristas y vértices del cubo y el tetraedro al construirlos con palitos de madera y gomitas dulces.

Recursos y/o herramientas

- Palitos de madera del mismo tamaño.
- Gomitas dulces de diferentes colores, bombones, plastilina o algún material que permita unir los palitos de madera.
- Imágenes del triángulo, cuadrado, tetraedro y cubo (figuras 1 y 2).
- Pueden ser impresas, o bien, en diapositivas para proyectarlas.

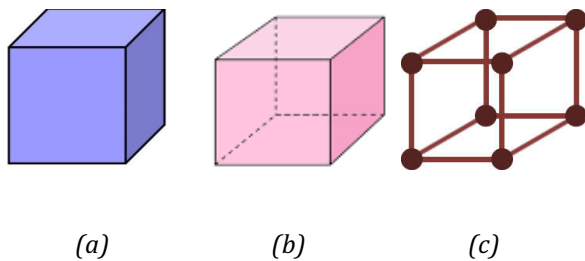


Figura 1. Ejemplo de imágenes del cubo.

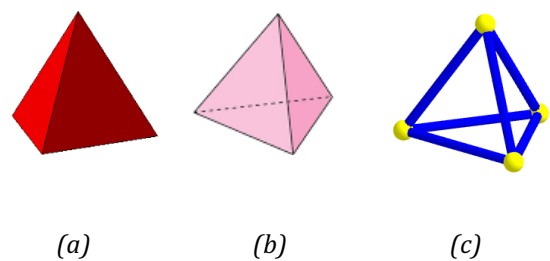


Figura 2. Ejemplos de imágenes del tetraedro.

Organización del grupo y preparación

La forma apropiada de trabajar esta actividad es en parejas.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

Para iniciar la actividad, el profesor debe mostrar la imagen del triángulo y preguntará al grupo cuántos palitos y gomitas serán necesarios para construir la figura (Figura 3). Una vez que acuerden que se requieren 3 palitos y 3 gomitas, se les proporcionará

esa cantidad de material a cada equipo para que la construyan. De manera similar se debe proceder para la construcción de cuadrado.

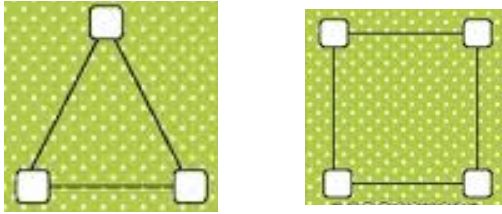


Figura 3.
Ejemplos de imágenes del triángulo y cuadrado.

Cuando los alumnos hayan terminado sus figuras, el profesor debe guiar la discusión sobre el número de palitos y gomitas usados, es conveniente comenzar a utilizar lenguaje como: lados (palitos) y esquinas o vértices (gomitas).

Enseguida, el profesor mostrará la imagen del tetraedro completo (Figura 2a) y comentará que se puede construir con ayuda de los palitos y gomitas uniéndolos como en la Figura 2c.

- ¿Cuál de las figuras construidas se encuentra en la nueva imagen?
- ¿Cuántos palitos y cuántas gomitas se necesitan para construirlo?

Las respuestas de los equipos deberán registrarse en la columna de estimación en una tabla como la siguiente:

EQUIPO	TETRAEDRO				CUBO			
	Estimación		Cantidad real		Estimación		Cantidad real	
	Gomitas	Palitos	Gomitas	Palitos	Gomitas	Palitos	Gomitas	Palitos

Según la respuesta dada por los equipos, será la cantidad de material que se les proporcionará para construir el tetraedro. En caso de que el material solicitado no sea suficiente, volver a preguntar ¿cuántos palitos y gomitas más creen necesitar? Es importante, guiar a los alumnos en las características de las figuras que deben observar para tratar de tener una estimación más cercana a la cantidad real de material necesaria. De manera análoga debe trabajarse con el cubo.

Durante el proceso de construcción, es necesario que el docente formule preguntas generadoras de conocimiento.

- ¿Fueron suficientes las gomitas y palillos que solicitaron?
- ¿Qué estrategia siguieron para estimar cuántas gomitas y palillos necesitaban a partir de la imagen proyectada?



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

Para generar la discusión grupal, el profesor preguntará por la cantidad total de palitos y gomitas necesarios para construir las figuras y las registrará en la columna de cantidad real en la tabla. Con base en esa información, el profesor preguntará a los estudiantes:

- ¿Cuántos acertaron en la cantidad de palitos y gomitas que solicitaron?
- ¿Por qué creen que cada equipo pidió diferentes cantidades?
- ¿Todos utilizaron la misma cantidad de palitos y gomitas para la construcción final?
- ¿Por qué en la columna de *cantidad real* todos los equipos tienen las mismas?
- ¿En qué figura se utilizaron menos palitos y gomitas? ¿Por qué?



Parte III. Evaluación formativa

Con base en la información analizada, el estudiante deberá estimar la cantidad de palitos y gomitas necesaria para construir una pirámide de base cuadrangular como la de la Figura 4.

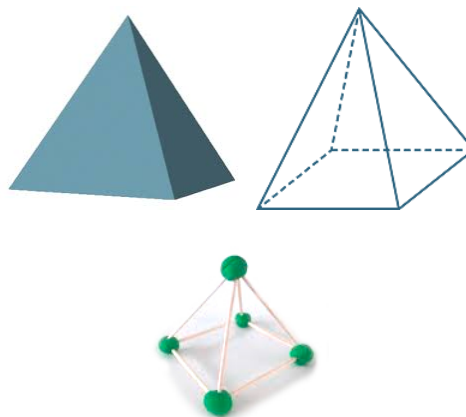


Figura 4. Ejemplos de imágenes de la pirámide de base cuadrangular.

Se espera que los alumnos estimen una cantidad que se encuentre entre las correspondientes al tetraedro y el cubo. Una vez construida la pirámide, se debe corroborar que la cantidad de material necesario se encuentra entre las que se utilizaron para el tetraedro y el cubo.

Como extensión de la actividad, se propone cuestionar a los estudiantes: si empujamos las gomitas de las figuras construidas (cubo y tetraedro):

- ¿Hay alguna que se deforme?
- ¿Por qué crees que sucede esto?
- ¿Qué característica tiene la figura que mantiene su forma?

Lo anterior, con la finalidad de que los alumnos identifiquen que las construcciones hechas a base de triángulos son las que menos sufren de deformaciones.

Capítulo 3

El Papel de la Estimación y la Aproximación

La estimación y la aproximación están estrechamente ligadas con el proceso de la medición. Una *medición* es un número que indica una comparación entre el atributo del objeto que está siendo medido y el mismo atributo de una unidad dada de medida. Como atributos se pueden tener: peso, longitud/distancia, área/superficie, volumen/capacidad.

Para medir algún objeto, usualmente se siguen los pasos:

- 1) Decidir sobre el atributo a medir,
- 2) Seleccionar una unidad que tenga tal atributo,
- 3) Comparar las unidades (ya sea llenando, cubriendo, igualando, o por algún otro método) con el atributo del objeto que está siendo medido. El número de unidades requeridas para igualar el objeto es la *medida*.

El desarrollo de las habilidades para la medición con una unidad debe estar ligado explícitamente con el concepto de medición como un proceso de comparación de atributos, usando unidades e instrumentos de medida. En la Tabla 3.1 se sugieren diferentes tipos de actividades que favorecen la medición.



Tabla 3.1. *Secuencia de experiencias para la enseñanza y el aprendizaje de la medición*

EXPERIENCIA Y OBJETIVO	ACTIVIDADES	OBSERVACIONES
<p>I. Realizar comparaciones para comprender el atributo en medición</p>	<p>Realizar comparaciones directas basadas en el atributo: largo/corto; ligero/pesado; amplio/reducido; lleno/vacío, etc.</p>	<p>Si el atributo es comprendido no se requieren más actividades de este tipo.</p>
<p>II. Utilizar modelos de unidades de medidas para comprender cómo la comparación de un atributo (el llenado, la cubierta, lo largo) con las unidades de medida produce un número llamado <i>medida</i>.</p>	<p>Utilizar modelos físicos de unidades de medida para llenar, cubrir, igualar contorno, etc. y realizar la comparación deseada del atributo con la unidad de medida.</p>	<p>Iniciar con unidades no convencionales (tiras, clips, cuadrados, cubos, pelotas, triángulos, hexágonos etc., pueden ser de papel, madera, tela, foamy). Avanzar de manera paulatina hacia las unidades convencionales cuando se considere adecuado y pasar al uso de instrumentos de medición. El uso de unidades convencionales debe darse antes de utilizar fórmulas.</p> <p>Es importante enfocarse en un objetivo y evitar conflictos. Así, deben preguntarse ¿La lección es para comprender el significado de área o para entender una unidad de medida? Tener en cuenta que las unidades no convencionales facilitan que el estudiante se centre en el atributo a medir. También proveen una buena razón para el uso de unidades convencionales. La necesidad de tales unidades tiene mayor significado cuando han utilizado sus propias unidades y llegan a diferentes resultados.</p>
<p>III. Utilizar instrumentos de medición comunes de manera flexible y comprender su funcionamiento.</p>	<p>Pedir a los estudiantes que hagan sus propios instrumentos de medición y los utilicen. Luego, llevarlos a que los comparen con los convencionales.</p>	<p>Comparar instrumentos de medición contruidos por los estudiantes con los instrumentos convencionales los lleva a comprender que ambos desarrollan la misma función. Además, las diferencias entre los instrumentos diseñados por ellos y por sus compañeros detonan la necesidad del uso de un instrumento común de medición.</p>

Fuente: Elaboración propia con información de Van de Walle et al. (2013).

3.1 El papel de la estimación y aproximación

La estimación de la medida es el proceso de utilizar información visual y mental para medir o realizar comparaciones sin utilizar instrumentos de medición. La estimación es una habilidad práctica que utilizamos casi siempre en la vida cotidiana y se refiere a encontrar un número que es una aproximación “apropiada” para un número exacto, proporcionando el contexto adecuado.

Es importante incluir en el aula actividades de estimación dado que:

- La estimación se realiza utilizando cálculos mentales con números que son más fáciles de manejar que los que aparecen involucrados en el contexto, así que la estimación pone en juego las habilidades de los estudiantes con el cálculo mental.
- Ayuda a los estudiantes a centrarse sobre el atributo en juego y el proceso de medición.
- Provee una motivación intrínseca para las actividades de medición. Dado que hacen que se interesen en verificar cuán cerca estuvo su estimación de la medición correcta.
- Cuando se utiliza una unidad convencional, la estimación ayuda a familiarizarse con tal unidad.
- El uso de una unidad de referencia para hacer una estimación promueve el razonamiento multiplicativo. Por ejemplo, la fachada de la casa es 3 veces más chica que lo ancho del terreno.
- Apoya al surgimiento de la noción de intervalo cuando los estudiantes acotan su estimación entre dos valores extremos.
- Es una actividad mucho más compleja que encontrar la medida exacta, dado que no sólo requiere de conocer un algoritmo, sino requiere de

un conocimiento profundo de los números y el contexto en el cual están siendo utilizados.

A continuación, se proponen algunos ambientes de aprendizaje para promover la inclusión activa de la estimación en el aula con estudiantes de preescolar (Tabla 3.2). Mayores detalles sobre los ejes y contenidos curriculares que se atienden en el programa se encuentran en el capítulo 1 de este texto organizados en la Tabla 1.2.

Tabla 3.2 Ambientes de aprendizaje para favorecer la inclusión activa y sistemática de la estimación en el aula de educación preescolar.

AMBIENTES DE APRENDIZAJE PARA FAVORECER LA ESTIMACIÓN
Sección 3.2 Estimación de contornos
Sección 3.3 Cubrir superficies
Sección 3.4 Llenado de cuerpos geométricos
Sección 3.5 Estimación de piezas para crear un tapete
Sección 3.6 Aviones y trayectorias
Sección 3.7 Hagamos un portarretratos
Sección 3.8 Diseño digital: trabajo con fotografías
Sección 3.9 Cuadrados y más cuadrados

3.2 Estimación de Contornos

¿Qué tan largo y alto es? ¿Cuántas tiras se necesitan para su contorno? Este ambiente de aprendizaje se centra en dar respuesta a estas preguntas y en el atributo de longitud, el objetivo es que los estudiantes comprendan su significado y puedan extenderlo para aproximarse a la comprensión del perímetro de manera temprana usando unidades de medida no convencionales.

Recursos y/o herramientas

- Tiras de papel o de listón con dos o tres colores y medidas diferentes, pueden ser 10cm, 15cm, 20cm y un color asignado respectivamente. También, puede utilizar palillos de madera sin filos en los extremos, o cualquier otro material, de dos o tres medidas diferentes y colores.

Organización del grupo y preparación

La configuración apropiada para la actividad es con equipos de 3 estudiantes. Cada equipo elige un tipo de tira y toma 5 o más piezas (de acuerdo a las que se tengan disponibles), o bien, el profesor las distribuye a los equipos.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

Se pide a los estudiantes que midan objetos que se encuentran en el aula con la ayuda de las tiras. Se hacen preguntas del tipo:

- ¿Cuánto mide el largo del pizarrón?
- ¿Qué tan alta es la puerta del salón de clase?
- ¿Cuánto mide el contorno de la mesa?
- ¿Cuántas tiras se requieren para medir el contorno de la mesa?



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

Una vez que los estudiantes han realizado sus mediciones, el profesor prepara la discusión. Una tabla, como la siguiente, es útil para tenerla en un lugar visible para todos.

Nombre del equipo	Color de tira	MEDIDA		
		Largo del pizarrón	Altura de la puerta	Contorno de la mesa



Parte III. Evaluación formativa

En esta parte, la tarea anterior se extiende para trabajar en la estimación. En las formas de resolver la situación planteada, los estudiantes exhiben su pensamiento y con ello informan al profesor de su comprensión de las nociones de longitud y perímetro. Aquí se les pide que ellos diseñen su

propia “unidad de medida” para responder preguntas como:

- ¿Cuántas tiras crees que necesitas para rodear el contorno del salón de clase?
- ¿Cuántas tiras piensas que se requieren para rodear el contorno de la cancha?

3.3 Cubrir superficies

La pregunta que guía este ambiente de aprendizaje es ¿cuántas piezas se necesitan para cubrir ...? Esta actividad es similar a la anterior (3.2 Estimación de contornos), pero se enfoca en el atributo de área/superficie, el objetivo es que los estudiantes comprendan su significado de manera temprana usando unidades de medida no convencionales.

Recursos y/o herramientas

- Conjuntos de cuadrados, triángulos, hexágonos, círculos, rectángulos, cartas de baraja inglesa o naipes etc. Pueden ser de foamy, papel, cartoncillo, plástico, etc. Las piezas de cada conjunto, además de tener la misma forma, deben ser de la misma área.

Organización del grupo y preparación

La configuración apropiada para la actividad es con equipos de 3 estudiantes, esto permite favorecer las discusiones para llegar a acuerdos en el equipo, dado que con mayor número de estudiantes el tiempo se extiende y las vías propuestas de solución se exploran superficialmente.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

Se pide a los estudiantes que elijan, de los conjuntos de piezas, el apropiado para cubrir la superficie de: a) la portada de un libro, b) una figura regular y c) una figura irregular. En los casos b) y c) el profesor lleva las figuras en cartoncillo. Para poder socializar sus producciones en los últimos casos, pueden pegar las piezas sobre la figura. Se hacen preguntas del tipo:

- ¿Con cuántas de sus piezas se puede cubrir la portada de su libro/la figura?



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

Una vez que los estudiantes han realizado sus mediciones, el profesor prepara la discusión. Una tabla, como la siguiente, es útil para tenerla en un lugar visible para todos.

Nombre del equipo	Conjunto elegido	Medida de la superficie de		
		La portada del libro	Figura 1	Figura 2



Parte III. Evaluación formativa

Para extender la tarea anterior se les puede pedir a los estudiantes que piensen y propongan una pieza o “unidad de medida” apropiada para cubrir el pizarrón o el piso de su salón. Pedirles que hagan una estimación (sin medir, sólo observando), haciendo preguntas como:

- ¿Cuántas de sus piezas creen que necesitan para cubrir completamente el pizarrón?
- ¿Cuántas de sus piezas piensan que se requieren para cubrir el piso del salón?

Este tipo de actividad proporciona información al profesor acerca de la comprensión del estudiante acerca de la noción y cálculo del área de una figura, al igual que de la unidad de medida.

3.4 Llenado de Cuerpos Geométricos

La pregunta guía de este ambiente de aprendizaje es ¿Cuántas piezas se necesitan para llenar ...? La actividad se centra en el atributo de volumen/capacidad/llenado, el objetivo es que los estudiantes comprendan su significado de manera temprana usando unidades de medida no convencionales.



Recursos y/o herramientas

- Regletas de Cuisenaire o materiales similares.
- Urna transparente y pelotas o cuerpos geométricos.

Organización del grupo y preparación

La configuración apropiada para la actividad es con equipos de 3 estudiantes, esto permite favorecer las discusiones para llegar a acuerdos en el equipo, dado que con mayor número de estudiantes el tiempo se extiende y las vías propuestas de

solución se exploran superficialmente. Por otro lado, cuando son sólo 2 estudiantes a menudo prevalecen las ideas del integrante que juega el papel de autoridad, es decir al tener el reconocimiento de mejor desempeño en la clase de matemáticas. En este tipo de ambientes de aprendizaje destacan estudiantes que en las clases tradicionales expositivas no son reconocidos.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

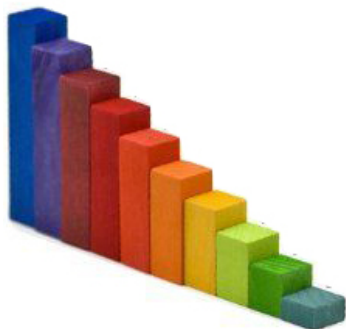
Se pide a los estudiantes que construyan un cuerpo geométrico utilizando regletas de diferentes tamaños.

Después, cada integrante del equipo debe estimar:

- ¿Cuántas regletas, en forma de cubo, son necesarias para llenar el cuerpo geométrico construido?
- ¿Cuántas regletas, de tamaño dos cubos, se requieren para formar el mismo cuerpo geométrico?
- ¿Cuántas regletas de tamaño cinco cubos?

Posteriormente deben registrar sus estimaciones en una tabla como la siguiente:

Nombre del integrante	Estimación con regleta de forma un cubo	Estimación con regleta de forma dos cubos	Estimación con regleta de forma cinco cubos
1.			
2.			
3.			



Para luego, comparar sus estimaciones y responder las siguientes preguntas.

- a) ¿Con cualquier regleta será posible construir su cuerpo geométrico sin necesidad de cortarla?
- b) ¿Cuál fue el procedimiento que les permitió hacer su estimación?

Terminan esta parte al verificar su respuesta intentando construir su cuerpo geométrico con las piezas indicadas.
¿Qué tan cercana fue su estimación?



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

Una vez que los estudiantes han estimado y verificado sus respuestas, el profesor pide a los equipos compartir sus respuestas y experiencias, enfatizando en los diferentes procedimientos que siguieron para realizar las estimaciones.

Sugerencia de actividades de reforzamiento:

Mostrar a los estudiantes una urna transparente con pelotas, o cualquier cuerpo geométrico, iguales.

Solicitar a los estudiantes que estimen la cantidad de esos cuerpos geométricos que hay dentro de la urna.



Parte III. Evaluación formativa.

Para extender la tarea anterior se les puede pedir a los estudiantes que piensen y propongan una pieza o “unidad de medida” apropiada para construir cualquier cuerpo geométrico de los generados. Pedirles que hagan una estimación (sin medir, sólo observando) haciendo preguntas como:

- ¿Cuántas piezas de las que consideraron apropiadas creen que necesitan para llenar una caja dada?



Este tipo de actividad proporciona información al profesor acerca de la comprensión del estudiante con relación a la noción y cálculo del volumen de un cuerpo geométrico, al igual que la necesidad de convenir una unidad de medida.

3.5 Estimación de piezas para el teselado

La pregunta a la cual los estudiantes darán respuesta al final de la experiencia de aprendizaje es: *¿Cuántas piezas necesitamos para cubrir la superficie?*

El ambiente de aprendizaje se introduce mediante el siguiente texto:

Matemorfosis es un grupo dedicado a la divulgación, para ellos la matemática está en todas partes, pero en ocasiones no es tan visible, así que su tarea es revelar su forma para que muchas personas puedan verla y apreciarla. En Matemorfosis están preparando un tapete (también conocido como teselado, adoquinado o mosaico) para llenar un espacio equivalente a una cartulina con un tapete para la exposición. Disponen de la pieza que aparece en la Figura 1 para armar el teselado..

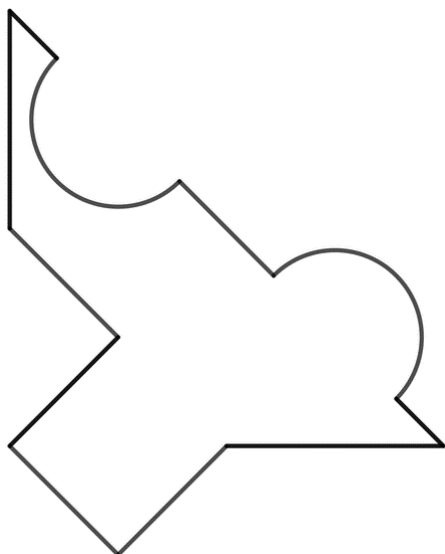


Figura 1. Pieza diseñada por B. Gamboa (2016)
¡Ayuda al equipo de Matemorfosis!



Recursos y/o herramientas

- Foamy de diferentes colores o materiales similares.
- Una cartulina para cada equipo.
- Resistol.
- Piezas para el teselado de 1 a 4 por equipo para la estimación.

20 piezas aproximadamente para cada equipo para la parte de verificar sus respuestas.

Organización del grupo y preparación

La configuración apropiada para la actividad es con equipos de 3 estudiantes para favorecer una exploración lo más completa posible de las diferentes aproximaciones planteadas por los estudiantes.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

Los estudiantes necesitan saber cuántas piezas deben generar para llenar completamente la superficie requerida y desperdiciar el menor material posible. Al iniciar la actividad se les proporciona únicamente una pieza de foamy, ellos deberán explorar sus ideas en el equipo. En ocasiones, los estudiantes sienten la necesidad de construir de una a tres piezas más de acuerdo con la manera en la que están pensando su estimación, el profesor decide si les entrega las piezas demandadas, o bien, los deja construir las.



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

En esta parte los equipos comparten y justifican sus soluciones, a la vez que escuchan y cuestionan las de otros equipos.

El profesor apoya las discusiones y establece conexiones entre las diferentes propuestas.



Parte III. Evaluación formativa ¡Informa tus resultados!

Se pide a los estudiantes que escriban una carta donde expliquen la cantidad de piezas necesarias para llenar el espacio reservado para el teselado y justifiquen por qué creen que su respuesta garantiza el menor gasto de material.



La estimación motiva la necesidad de verificar qué tan cerca estuvo su respuesta, cuando es el caso, se propone una *extensión de la actividad* y para ello se les proporcionan, o bien, ellos construyen sus piezas para construir el teselado correspondiente.

3.6 Aviones y Trayectorias

Las preguntas que guían este ambiente de aprendizaje son: ¿Cuáles son sus mejores vuelos? ¿Cómo funcionan? Se sugieren cuatro diseños para construir aviones a partir del doblado de papel. Los aviones se prueban en interiores y exteriores, se ensaya con diferentes formas de lanzamiento, se observa el desempeño de cada modelo y se registran los datos para determinar características de cada diseño: trayectorias seguidas de acuerdo al lanzamiento, mejor zona de vuelo, velocidad alcanzada. Finalmente, con todos estos datos se debe sugerir la forma de pilotear cada avión. El conocimiento que se puede generar es: patrones de medida, fricción del aire, tipos de trayectorias, velocidad, distancia, tiempo, presión atmosférica, etc.



Recursos y/o herramientas

- Cronómetro o reloj.
- Para estimar distancias piensan en sus propios patrones como pasos, varas, etc.
- Papel para origami tamaño carta y de colores.

Instructivos para construir los aviones (Anexo pp. 71-75) y versiones para imprimir en: https://face.ujed.mx/?page_id=1681

Organización del grupo y preparación

Los alumnos trabajarán en equipos de tres estudiantes con oportunidades de observar, leer, interpretar, discutir ideas y argumentar tratando de convencer a sus compañeros, posteriormente registrarán el acuerdo por escrito en su hoja de trabajo y al final de cada tarea se realizará una puesta en común en gran grupo guiados por el profesor.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

Se pide a los estudiantes que sigan los instructivos (que aparecen en el Anexo) para construir **dos** de los aviones: Nakamura, Espía, Pteroplano y Profesional. Recuerden que la precisión de los dobleces es muy importante. Enseguida, los estudiantes experimentan lanzamientos de los aviones en diferentes direcciones, discuten en equipo y registran la información que se les pide:

1. En el siguiente espacio, reproduzcan la ruta (camino o trayectoria) de los aviones seleccionados en los diferentes tipos de lanzamiento. ¿Qué pasa si agregan una tira de papel insertada a una de las alas?, ¿Y si agregan tiras en ambas alas?

2. Enseguida se les pide a los estudiantes que sugieran la mejor **zona de vuelo** de los dos diseños seleccionados de acuerdo con el espacio (**interior/exterior**) y expliquen por qué lo creen así.

3. También, se les solicita a los estudiantes que aproximen la velocidad que alcanzan los aviones y expliquen cómo lo hicieron.



Aviones seleccionados	
Avión 1: _____	Avión 2: _____
Lanzamiento en ángulo ascendente	
Lanzamiento horizontal	
Lanzamiento en ángulo descendente	
Lanzamiento vertical	



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

En la discusión científica, que tiene lugar en gran grupo, se recomienda que la validación de las ideas o producciones realizadas en los equipos se apoye en la razón del argumento matemático aportado por los estudiantes, más que en la autoridad del profesor. Con base en la discusión el profesor guiará un cierre concentrando las ideas relevantes.



Parte III. Evaluación formativa ¡Informen sus resultados!

Hiram, Emilio, Rocío, Felipe y Luna son niños que están interesados en realizar competencias de aviones de papel en su escuela. Con la ayuda de su profesor hacen una carta entre todo el grupo en la que escriban TODAS las recomendaciones que les puedan hacer a estos niños acerca de la forma de pilotear los diferentes aviones. Podrían incluir en su carta información del tipo: *Los mejores vuelos se producen con lanzamientos fuertes (suaves) y hacia ... La zona recomendada para el avión La trayectoria que sigue..., alcanza una velocidad de ... etc.*

3.7 Hagamos un Portarretratos

Este ambiente de aprendizaje tiene como objetivo acercar a los estudiantes de preescolar a la noción de área a partir del llenado, con cuadrados, de un portarretrato. ¿Cuántos cuadrados pido? es la pregunta que guía la actividad y para responderla se requiere que los alumnos estimen la cantidad de cuadrados necesaria para cubrir el marco de su portarretrato. También, con el uso de cuadrados de diferentes tamaños, se promueve que los estudiantes identifiquen la relación a mayor área del cuadrado se necesita un menor número de piezas y consecuentemente, la conveniencia de utilizar una pieza en específico para poder cubrir mejor el marco.

Recursos y/o herramientas

- Tres marcos de portarretratos iguales de cartón
- Tres fotografías, una para cada portarretrato
- Lápices de colores, plumones y/o pintura
- Pegamento
- Cuadrados de 1 cm y 2 cm de lado de diferentes materiales (papel lustre, periódico, papel de china, revistas, etc.). Se sugieren cuadrados de estas medidas, sin embargo, según las características del grupo pueden ser de medidas mayores para facilitar el conteo, conservando que sea uno más grande que el otro.

Organización del grupo y preparación

La forma apropiada de trabajar esta actividad es en equipos de tres estudiantes. A cada equipo se le entrega un cuadrado de 1 cm de lado, uno de 2 cm de lado, dos marcos de cartón y material para adornarlos.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

Se pide a los estudiantes que observen el cuadrado de 1 cm de lado y estimen cuántos cuadrados de ese tamaño necesitan para cubrir la superficie de uno de sus portarretratos y el profesor le entregará esa cantidad de cuadrados. Cuando los estudiantes terminen de pegar los cuadrados, el profesor debe generar la discusión sobre la cantidad estimada con preguntas como las siguientes:

- ¿Fueron suficientes los cuadrados que pidieron para cubrir el marco?
- Si faltaron piezas, ¿cuántos más necesitas para terminar de cubrirlo?
- Si te quedaron espacios en blanco, ¿Qué harías para rellenarlos?
- ¿Cuántos cuadrados, en total, creen que se necesitan para cubrir completamente el marco del portarretrato?

Posteriormente, los estudiantes deberán pedir la cantidad de cuadrados que estimaron que faltaban y continuar el proceso hasta cubrir en su totalidad el marco. Es importante que se verifique el total de cuadrados necesarios y contrastarlo con sus estimaciones iniciales.

Este mismo procedimiento deberá realizarse considerando ahora el cuadrado de 2 cm de lado.



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

Una vez que se ha realizado el conteo del total de cuadrados necesarios, los alumnos deben compartir el total de cuadrados de cada tipo que necesitaron para cubrir el marco y el profesor deberá registrar los datos en la siguiente tabla.

Equipos	Total de cuadrados pequeños	Total de cuadrados grandes
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Posteriormente, el profesor debe guiar la discusión con preguntas como:

- ¿Se necesitó la misma cantidad de cuadrados de cada tipo?
- ¿De cuál tipo de cuadrados se utilizaron más?
- ¿A qué creen que se deba?
- Si tuviéramos otro portarretrato, ¿de cuál tipo de cuadrado se necesitarían menos?
- ¿Por qué?

Si en cada tipo de cuadrados salieron cantidades diferentes, el profesor debe orientar la reflexión de los motivos por los cuales salieron diferentes, por ejemplo, un acomodo no adecuado de las piezas.

Posteriormente, con la finalidad de que los estudiantes encuentren una relación entre el cuadrado de 1 cm y el cuadrado de 2 cm , se pregunta a los estudiantes ¿cuántos cuadrados pequeños piensan que caben en el cuadrado grande? Y posteriormente se corrobora.



Parte III. Evaluación formativa ¡Informen sus resultados!

Se entrega otro portarretrato a cada equipo y se pedirá que cubran el marco utilizando cuadrados de 1 cm y de 2 cm . Con base en las estimaciones previas y las relaciones que identificaron, deberán solicitar al profesor la cantidad de cuadrados que estimaron de ambos tipos. ¿Lograron cubrir completamente el marco del portarretratos? Si no fue así, analizar a qué se debió y pensar qué se debe hacer para lograr cubrirlo.

3.8 Diseño digital: trabajo con fotografías

En este ambiente de aprendizaje se promueven las primeras nociones de la proporcionalidad como una idea matemática fundamental que nos permite conocer nuestro entorno. La pregunta que guía este ambiente es: ¿Cómo podemos saber cuáles son realmente ampliaciones de la fotografía original?

Con la finalidad de crear una necesidad de responderla se presenta a los estudiantes la siguiente situación.

—Renata es una niña muy activa e interesada en la fotografía. Ella debe preparar una exposición cultural con las fotografías que tomó el fin de semana pasado en el museo del Bebeleche y el parque Sahuatoba. Ella estuvo modificando las fotografías para tener unas que fueran más grandes. Luis, el amigo de Renata, notó que algunas fotografías se deformaron. Renata ahora ¡tiene un gran problema!, no sabe cuáles son verdaderas ampliaciones. Nos ha pedido ayuda para identificar las fotografías que son ampliaciones reales.

Organización y preparación del grupo

La organización apropiada es con equipos de tres estudiantes, para favorecer las discusiones y toma de acuerdos en equipo. Por otro lado, cuando son sólo dos estudiantes a menudo prevalecen las ideas del integrante que tiene el reconocimiento de mejor desempeño en la clase de matemáticas.

En este tipo de ambientes de aprendizaje destacan estudiantes que en las clases tradicionales expositivas no son reconocidos.



Recursos y/o herramientas

- Conjuntos de fotografías modificadas en tamaño: algunas en ancho, otras en la altura y otras más de manera proporcional. Disponibles en Anexo pp. 147-153 y en https://face.ujed.mx/?page_id=1681
- Tijeras, juego de geometría, etc.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

Se lee en voz alta la situación descrita al inicio de la actividad. Posteriormente el profesor debe realizar algunas preguntas a los estudiantes para saber si han comprendido la situación. ¿Quién es Renata?, ¿Cómo es posible modificar fotografías?, ¿Qué problema tiene Renata?, ¿Quién es Luis?, ¿Para qué necesita Renata nuestra ayuda?

Por ejemplo, para que los estudiantes entiendan que las fotografías se pueden modificar en tamaño, el profesor puede tener en su computadora una

imagen y manipularla para hacerla más grande. Puede hacerlo de diferentes formas, primero de una esquina “estirar” y que los estudiantes vean que el tamaño se modifica, pero las formas se mantienen. También, puede “estirar” desde un lado y entonces verán los estudiantes que sólo crece a lo largo o a lo ancho y se deforma.

Una vez que el profesor se asegura que han comprendido la situación les proporciona los conjuntos de fotografías que aparecen en el anexo de este libro y les pide que observen las fotografías y que las comparen con la fotografía original. Posteriormente, deben elegir en su equipo aquellas que creen que son ampliaciones verdaderas.



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

En esta parte el profesor pide a los equipos que compartan su selección de las fotografías que consideran son ampliaciones verdaderas y expliquen por qué creen que son las correctas. Con

base en las explicaciones de los estudiantes propicia una discusión con los alumnos para llegar a acuerdos. En esta parte los estudiantes dejan ver sus primeras ideas acerca de la proporcionalidad asociada con que las fotografías que son ampliaciones reales mantienen la forma. Por ejemplo, los estudiantes pueden decir «esta fotografía no puede ser real porque si la comparamos con la verdadera vemos que este pájaro aquí es demasiado alto y flaco, no parece normal», pueden surgir ideas de que si la fotografía crece en lo ancho también debe crecer en lo largo.



Parte III. Evaluación formativa

Con la ayuda del profesor y/o asistentes, los estudiantes deben redactar y escribir una carta en grupo en la que expliquen a Renata todas las ideas o métodos que se les ocurran para enseñarle a identificar las fotografías que realmente sean ampliaciones de la fotografía original.

3.9 Cuadrados y más cuadrados

La pregunta ¿Cuántos cuadrados se necesitan para rellenar una figura? guía este ambiente de aprendizaje, el cual está diseñado para llevar a los estudiantes a construir la idea intuitiva de área, desde la estimación de la cantidad de cuadrados requeridos para rellenar una figura plana.

Recursos y/o herramientas

- Diferentes figuras regulares e irregulares, en forma y tamaño (En la Figura 1 y 2 se muestran algunos ejemplos de ellas)
- Hojas cuadrículadas.

Organización del grupo y preparación

La manera apropiada de trabajar esta actividad es con equipos de tres estudiantes. A cada equipo se le entregan cuatro figuras y la hoja cuadrículada, se recomienda comenzar con las figuras básicas regulares (cuadrados y rectángulos), posteriormente trabajar con figuras irregulares como las mostradas en la Figura 2.



Parte II. Discusión, revisión y extensión de todas las ideas.

Estructura de la Actividad



Parte I. Interactúa y construye conocimiento.

Se pide a los estudiantes que recorten la figura dada con la mayor precisión posible.

Posteriormente, deben colocar la figura sobre la hoja cuadrículada y dibujar el borde de la misma. Deberán buscar una estrategia que les ayude a contar el total de cuadrados que cubre la superficie. Con la ayuda del profesor y/o los asistentes, dicha cantidad la tendrán que registrar en una tabla. Enseguida deberán colocar la figura en otra posición sobre la hoja cuadrículada y calcular el total de cuadrados que cubre la figura. Se recomienda hacer preguntas generadoras como las siguientes:

- ¿Cuántos cuadrados creen que quedan dentro del borde de la figura?
- Si trazan el borde de la figura en otra posición, ¿tendrá la misma cantidad de cuadrados

Una vez que los estudiantes han realizado el cálculo del total de cuadrados dentro de cada figura, con la ayuda del profesor deberán llenar la siguiente tabla:

Figura	Total de cuadrados (1ra posición)	Total de cuadrados (2da Posición)

Figura 1.

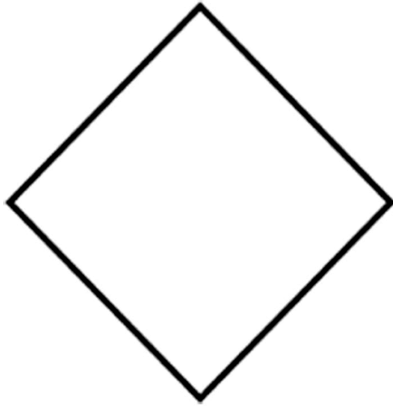
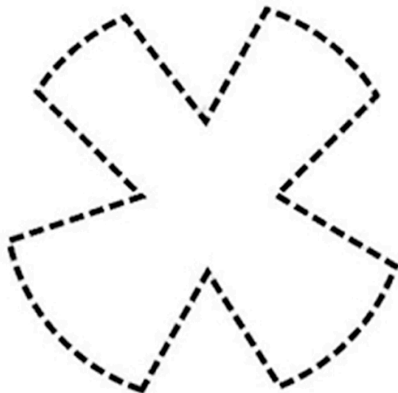
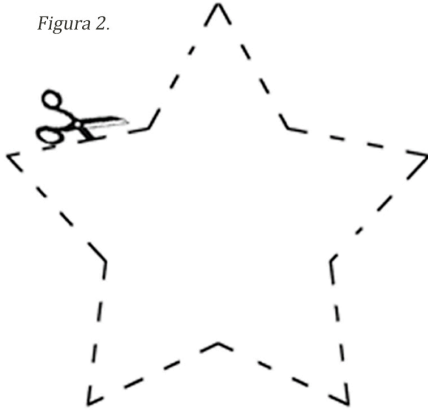


Figura 2.



Los alumnos deben compartir el total de cuadrados de cada una de las figuras en la cuadrícula.

- ¿Para una figura seleccionada varía el número de cuadrados en las dos posiciones?
- ¿Por qué?

Platicar el método usado para resolverlo y discutir las respuestas a las preguntas anteriores.



Parte III. Evaluación formativa

En esta parte, se pide a los alumnos que diseñen sus propias figuras, y antes de realizar el proceso para calcular el total de cuadrados, se pide que estimen ¿cuántos cuadrados creen que se necesitan para rellenar la figura? Posteriormente, se les pide verificar qué tan buena fue su aproximación.

- ¿Se podrá encontrar un método más fácil para estimar y calcular el total de cuadrados que se necesitan para rellenar la figura?

Capítulo 4

Planear y orquestar una clase

Las actividades antes sugeridas son de múltiples respuestas, es decir, es posible seguir diferentes vías para resolverlas, los métodos y estrategias utilizadas varían dependiendo del contexto y de qué tanto se desea profundizar. Debido a su naturaleza, usualmente la revisión de las diferentes repuestas da pie a discusiones productivas en el aula. Tales discusiones pueden ser una oportunidad para la comprensión conceptual compartida, para comprender y diversificar procedimientos y estrategias, para organizar y comunicar el conocimiento generado. Con la finalidad de encauzar de la mejor manera posible las discusiones en el grupo, de tal manera que sean provechosas para construir conocimiento compartido, se pueden considerar los momentos sugeridos en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Momentos clave para orquestar una discusión académicamente productiva.

Anticipar las respuestas de los estudiantes durante la planeación, **monitorear** constantemente el trabajo del grupo durante la implementación para identificar las ideas matemáticas que surgen, **seleccionar** algunas de ellas como respuestas que representen al grupo (algunos equipos producen respuestas similares), **secuenciar** las respuestas desde las más simples hasta las más sofisticadas para garantizar que todas las respuestas sean discutidas y comprendidas, y finalmente, establecer conexiones entre las soluciones propuestas durante una socialización con todo el grupo para tomar acuerdos y reorientar de manera individual y grupal.

Fuente: Basada en información de Stein et al., (2008).

Estos momentos clave que apoyan la construcción de discursos académicamente productivos suceden desde la planeación hasta el desarrollo de la actividad en el aula. En este sentido, la planeación juega un papel central y para garantizar un punto satisfactorio de funcionamiento de las actividades, se aconseja utilizar un protocolo de planeación como los que se muestran en las Tablas 4.2 y 4.3 como ejemplo.



Tabla 4.2. Protocolo para planificar la actividad: *Estimación de piezas para crear un tapete* (Ver sección 2.3).

Paso 1: Configurar las expectativas sociales.

Cómo lograr que se mantenga un ritmo de avance y que todos se involucren. Qué materiales utilizar. Cómo favorecer el trabajo colaborativo: escuchar, explicar, etc. Pensar en la organización de los equipos, ¿Qué más? ...

Paso 2: Anticipe las respuestas de sus estudiantes a la situación planteada.

- Considerar las diferentes maneras en las que los estudiantes se pueden aproximar a la estimación del número de piezas para crear su tapete.
- En caso de que esté considerando extender la tarea para que los estudiantes prueben los modelos de respuesta generados y verifiquen “que tan buena” fue su respuesta. Piense en los materiales que debe pedir a los estudiantes para que puedan replicar la pieza y construir su tapete.
- Visualice los contenidos y procesos matemáticos relevantes que pueden surgir.

Como tarea previa, un día antes de la actividad se les puede proyectar a los estudiantes un documental para familiarizarse con el tema de los tapetes o teselados: Metamorphose MC Escher

<https://www.youtube.com/watch?v=tjboEi8p4o4>

Paso 3: Presente la tarea de *Estimación de piezas para crear un tapete*.

- Deje tiempo para que lean la actividad y discutan en el equipo de qué trata.
- Realice preguntas de comprensión lectora para saber si han comprendido la tarea: ¿Qué es Matemorfosis? ¿Qué problema tienen? ¿Qué necesitan de nosotros? etc.
- De ser necesario pida, que además de la lectura individual, se dé una lectura grupal de la situación presentada en la actividad.
- En caso de presentarse la duda acerca de qué es un teselado y si algunos estudiantes no realizaron la tarea previa (paso 1, último punto) se pueden mostrar teselados o mosaicos en pisos.



Paso 4: Aproximación a la resolución de la situación problema.

- Permita que los alumnos en sus equipos piensen en la situación planteada.
- Inicie un monitoreo para saber qué ideas se discuten en los equipos y vea los modelos de solución que surgen y la manera en qué se van modificando.
- Es importante tomar nota para ir pensando en cómo discutir y conectar las diferentes soluciones. Para ello, es necesario identificar en qué se parecen y en qué son diferentes.



Paso 5: Después de los primeros 20 minutos, ayudar a que los niños documenten sus respuestas.

- Este tipo de actividades no son de respuesta corta y demandan explicación. Tienen gran potencial en la evaluación formativa, dado que es posible documentar el pensamiento de los niños. La escritura y redacción están actualmente descuidadas. Por esta razón, debe asegurarse que escriban la carta donde sugieran el número apropiado de piezas para el teselado y el por qué es un número conveniente para evitar desperdicio de material.

Paso 6. Secuenciación de producciones.

Durante el monitoreo ya ha visto las producciones de los estudiantes y puede secuenciarlas de menor a mayor complejidad. Esto permite que en la discusión grupal pueda llamarlos en ese orden a compartir sus producciones.

Paso 7: Presentación grupal y discusión de producciones.

Aquí necesita tener un espacio para que los equipos presenten y expliquen sus procedimientos y respuestas. Recuerde dar confianza a los estudiantes y tratar de enfatizar las partes en la cuáles presentan ideas valiosas aun cuando no están todavía bien estructuradas (este es un proceso que les lleva tiempo y los ritmos son diferentes).

Paso 8: Discusión de los patrones generados.

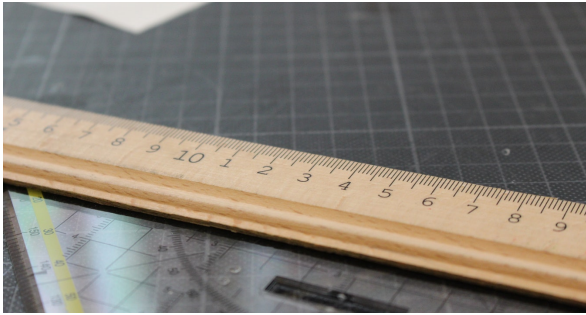
- En esta parte es importante realizar conexiones entre las respuestas de los estudiantes. Así algunas se pueden identificar con un patrón de respuesta específico que tal vez usted anticipó en el paso 2.
- Pregunte: ¿qué patrones notan? ¿cuáles producciones se parecen? y ¿en qué? ¿qué les llama la atención de las diferentes respuestas? ¿qué tan buenas son?

Paso 9: Cierre de la tarea.

- Presente a manera de cierre todas las “buenas ideas” que han tenido e intente conectar y formalizar con otros contenidos vistos anteriormente.
- Registre y utilice las ideas generadas para iniciar otros temas futuros.

Una vez que se tiene el protocolo de planeación, interesa saber cómo seleccionar las producciones durante el monitoreo del trabajo en equipos y cómo secuenciarlas para facilitar el poder establecer conexiones durante la parte II que aparece en todos los ambientes propuestos en los Capítulos 2 y 3 y plantea una discusión, revisión y extensión de todas las ideas en grupo.

Un ejemplo de ello, lo haremos a partir del ambiente de aprendizaje *Diseño digital: trabajo con fotografías*, mismo que aparece en la sección 2.9. En tal ejemplo, intentaremos dar respuesta a la pregunta: ¿cómo podemos secuenciar los métodos encontrados por los estudiantes para identificar las ampliaciones verdaderas de la fotografía original?



En este ambiente de aprendizaje, los estudiantes organizados en equipos de tres, llegan a un método que les permite identificar de un conjunto de fotografías 'modificadas', cuáles son ampliaciones verdaderas de una foto original que se les presenta. A continuación, se exponen algunos métodos sugeridos por un grupo de estudiantes de edad promedio 11 años, el método 6 es el que de manera natural surge en los estudiantes de preescolar. Estos métodos pueden apoyar a que los profesores, que deseen implementar este ambiente de aprendizaje en sus grupos, anticipen las posibles soluciones que pueden surgir. La tarea como profesores es: a) sugerir una forma de organizar y secuenciar las producciones, de tal manera que permita establecer conexiones entre ellas para la socialización de producciones con el grupo completo; y, b) elegir un método y sugerir cómo extender el conocimiento para vincularlo con un contenido matemático específico. Los métodos propuestos se enumeran enseguida:

Método 1: Utilización de las imágenes seleccionadas como ampliaciones 'verdaderas' probables para su acomodo: elegir la más grande primero; luego colocar la siguiente en tamaño de modo que las esquinas inferiores izquierdas queden alineadas; continuar haciendo esto hasta que todas las ampliaciones queden superpuestas con la más

pequeña al frente. Colocar una regla, o bien, trazar una recta de modo que pase por las esquinas inferior izquierda y superior derecha de todas las fotografías. Los alumnos de este equipo descartaron aquellas cuya diagonal no coincidía con la regla.

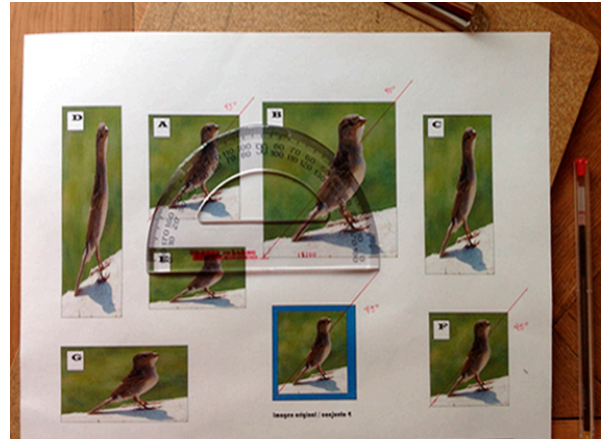


Figura 4.1. Representación del método 1.

Método 2: Medir la altura y el ancho de las imágenes que se cree son ampliaciones verdaderas de la fotografía original (incluir la original) y graficar las medidas de las alturas y las bases. Con esta estrategia consiguen una línea recta al unir los puntos correspondientes a las ampliaciones reales.

Método 3: Tomar las medidas de las alturas y bases de las fotografías, calcular razones y comparar con respecto de la razón de la foto original.

Método 4: Trazar la diagonal principal de la fotografía y medir el ángulo que forma la base con la diagonal. Las fotografías que tengan el mismo ángulo que la foto original serán ampliaciones verdaderas. La propiedad de que los ángulos de las figuras proporcionales permanecen invariantes es una propiedad que vale la pena puntualizar para extender el conocimiento de los estudiantes.



Figura 4.2 Representación del método 4.

Método 5: Tomar la fotografía original, si agregas un centímetro de base debes agregar un “pedacito”, es decir, cualquier cantidad para ampliar la base, ese mismo “pedacito” se debe agregar en la altura de la foto (el equipo trabajó sólo con el conjunto 4 de fotografías del pajarito, y en este caso la fotografía original es un cuadrado).

Método 6: Te fijas en alguna figura geométrica como: triángulo, círculo o círculo deformado. En el caso del triángulo te puedes fijar que, en las fotografías, tenga los mismos ángulos que en la original y si es así entonces es ampliación verdadera.

En el caso del círculo o círculo deformado, puedes hacer dos dobleces por la mitad para encontrar “el centro” en la foto original y en las otras hacer tratar de hacer lo mismo y ver que ‘sus diámetros’ crecieron en la misma cantidad (al doble, por ejemplo). Cuando no son ampliaciones reales dos ‘diámetros’ en el círculo deformado no coinciden.

Finalmente, en los diferentes ambientes de aprendizaje de este libro se presenta un espacio para actividades de evaluación formativa en las que más que una respuesta numérica se demanda un modelo que responde a una necesidad específica asociada con una situación real y es posible la construcción de más de un modelo. En esta parte, los estudiantes informan o comunican tales formas de pensamiento. Para el profesor es central saber ¿qué piensa el estudiante?, ¿cómo puede apoyarlo para lograr el objetivo de aprendizaje? En este sentido, es importante que siempre que se implemente una actividad se asegure el profesor de ayudar a que los estudiantes expresen sus métodos y el profesor ayudarlos escribiendo sus explicaciones, sus estrategias o documenten su pensamiento. Esto no sólo permite al profesor realizar una evaluación formativa a nivel de equipo y a nivel de grupo, también desarrolla de manera temprana y progresivamente en el niño el deseo de aprender a escribir para comunicarse.

Capítulo 5

Conclusiones

Para la elaboración de este libro, los autores han tratado de comprender las necesidades del docente, los objetivos y metas del sistema educativo, así como las necesidades de aprendizaje de los estudiantes de preescolar. También, han realizado una revisión documental con la finalidad de conocer diferentes resultados derivados de la investigación en educación matemática que prometen cambios profundos en la formación del docente y en la transformación de su práctica y, en consecuencia, en el aprendizaje de los estudiantes.

En consonancia con lo anterior, ha sido posible establecer una comunicación cercana con el profesor de educación preescolar para conformar este material a partir de los talleres en los cuales se ha probado el funcionamiento de diferentes ambientes de aprendizaje y han sido seleccionados aquellos que los docentes, de una u otra manera, han reconocido con mayor potencial didáctico.

Un ejemplo de un ambiente de aprendizaje que fue muy bien recibido tanto por estudiantes como por docentes es *Aviones y trayectorias* (sección 3.6). En él, a partir de diseños de aviones de papel se ha generado de manera interactiva conocimiento que sirve para situar la comprensión de los estudiantes de contenidos de matemáticas vinculados con contenidos de ciencia. Esto les permite comprender la relación de nuestro entorno natural con el entorno construido por el hombre, es decir, establecer una conexión entre el conocimiento informal de los estudiantes y el conocimiento formal. Se registraron datos y se realizaron observaciones para determinar las características de cada uno de los aviones construidos: trayectoria seguida de acuerdo al lanzamiento; mejor zona de vuelo; y, estimación de la velocidad alcanzada. En los

equipos los estudiantes organizan el trabajo, leen e interpretan información, discuten sus ideas, argumentan, llegan a acuerdos y se divierten. Continuamente se hacen preguntas: ¿qué modelos de aviones vamos a hacer?, ¿cómo es el vuelo de los aviones en diferentes condiciones?, ¿por qué los aviones no se comportan igual en todas partes?, ¿qué factores afectan el vuelo del avión?, ¿cómo explico a los demás lo que observé?, ¿qué conocimientos necesito para comunicar a otros el resultado de mi trabajo?, ¿qué conceptos nuevos surgieron de mis observaciones y de las de otros compañeros? Al final, se ha detonado una gran cantidad de conceptos matemáticos y de ciencia relacionados con la situación estudiada.

Algo que ha sido un común denominador en los ambientes de aprendizaje seleccionados es que ningún individuo es excluido en la generación de conocimiento, además todos participan en la evaluación de la actividad y son protagonistas en el aprendizaje dentro de la comunidad que conforman.

Todos los estudiantes pueden generar conocimiento en un entorno de colaboración y retroalimentación. También, el potencial que ofrecen para documentar el pensamiento de los estudiantes a través de cartas redactadas para ayudar a un cliente que necesita resolver una situación (3.5 *Estimación de piezas para crear un tapete*; 3.6 *Aviones y trayectorias*; 3.8 *Diseño digital: trabajo con fotografías*; 3.7 *Hagamos un portarretratos*, etc.), esto además de ayudar al profesor para la evaluación formativa de los estudiantes, contribuye a desarrollar en los estudiantes competencias para la comunicación escrita, aspecto que ha sido históricamente descuidado en la clase de matemáticas.

Como marcos teóricos para el diseño de los ambientes de aprendizaje aquí propuestos se han tomado en cuenta los principios para el diseño de actividades generativas (Stroup, 2009; Stroup, Ares, & Hurford, 2004) y de modelación (Lesh et al., 2000; Lesh & Doerr, 2003). En el caso de las actividades generativas, los principios se encaminan a crear un espacio para el juego, la diversidad de respuestas y estrategias, incremento de la participación y agencia, identificar la estructura matemática y científica subyacente y generar evidencias para la evaluación formativa de los estudiantes a nivel de grupo y a nivel individual. Ejemplos de ambientes utilizando materiales concretos en los que se tomaron en cuenta tales principios se pueden mencionar, entre otros: *Juego de cartas: completar y juntar* (sección 2.3), *Las regletas de Cuisenaire: descomposición de un número en sumas* (Sección 2.5). Mientras que, en las actividades para producir modelos los principios se enfocan en el significado personal o de la realidad, en la producción de

modelos, en la posibilidad de una auto-evaluación, en una documentación y comunicación del modelo y, finalmente en que los modelos generados puedan ser utilizados en otras situaciones. En este tipo de ambientes usualmente se solicita a los estudiantes que reflejen su pensamiento en una carta para apoyar a que un “cliente” resuelva una situación dada. Algunos ejemplos de ambientes diseñados con estos principios son: *Estimación de piezas para un tapete* (Sección 3.5); *Aviones y trayectorias* (Sección 3.6); *Diseño digital: trabajo con fotografías* (Sección 3.8).

Finalmente, el profesor que tenga en sus manos este libro puede implementar los ambientes de aprendizaje que considere convenientes, en diferentes momentos y algunos en más de una ocasión con el mismo grupo (por ejemplo, 2.3 *Juego de cartas: completar o juntar*; 2.4 *Lotería*; 2.5 *Las regletas de Cuisenaire: descomposición de un número en sumas*) y la última palabra en cuanto a su pertinencia y funcionamiento la tendrá el docente al hacerse y responder la siguiente serie de preguntas:

- ¿Atiende ejes y temas del Programa de Matemáticas (SEP, 2018)? ¿apoya las metas del Modelo Educativo para la Educación Básica (SEP, 2017) en el campo de formación académica: pensamiento matemático?
- ¿Favorece realmente el trabajo colaborativo y la participación de todos los estudiantes? ¿considera que los requerimientos conceptuales y procedimientos necesarios para acceder a ellos sean mínimos?

- ¿Sugiere hojas de trabajo en las cuales los estudiantes puedan realizar sus registros, plasmar su pensamiento y tener a la mano la información necesaria para organizar sus explicaciones y justificaciones?
- ¿Incluye preguntas que puedo utilizar para:
1) Guiar a los estudiantes que tienen dificultades con la comprensión del problema;
2) Ayudarlos a comunicar el conocimiento matemático que han construido; y 3) ¿Resumir las ideas matemáticas de conocimiento construido por el grupo, ayuda a los estudiantes en el desarrollo de las habilidades demandadas por exámenes estandarizados (PISA, Planea)?

Los autores desean que utilicen, disfruten y mejoren los materiales propuestos y que se apropien de la frase que inspira este trabajo:

Never ask a question with only one right answer. – Nunca hagas una pregunta con sólo una respuesta correcta– Judah Schwartz (cita tomada de Stroup, Ares, & Hurford, 2004).

Pero, sobre todo, que la apliquen en su día a día de quehacer docente.

Bibliografía Citada

Hartnett, J. (2017).

Categorisation of mental computation strategies to support teaching and to encourage classroom dialogue. En J. Watson & K. Beswick (Eds.), *Mathematics: esencial research, esencial practice. Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (345-352). Australia: MERGA.

Land, S., Hannafing, M., & Oliver, K. (2012).

Student-centered learning environments. Foundations, assumptions and design. En D. Johassen & S. Land (Eds.) *Theoretical foundations of learning environments*. (3-21). New York: Routledge.

Lesh, R., & Doerr, H. (2003).

Beyond constructivism: A models and modelling perspective on teaching, learning, and problem solving in mathematics education. Mahwah, NJ: LEA.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000).

Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers.

Mochón, S. & Vázquez, J. (1995).

Cálculo mental y estimación: Métodos, resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza. *Educación Matemática* 7, 3, 93-105.

Segovia, I. & Rico, L. (Coords.). (2011).

Matemáticas para maestros de Educación Primaria. Madrid, España: Ediciones Pirámide.

Stroup, W. (2009).

Principios para Actividades Generativas. Centro de Diseño Generativo. UT-Austin.

Secretaría de Educación Pública (2017).

Modelo Educativo para la Educación Obligatoria: Educar para la libertad y la creatividad. Ciudad de México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (2018).

Matemáticas. En *Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Plan y programas de estudio de educación básica*. (pp. 298-395). Ciudad de México: SEP.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008).

Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.

Stroup, W. M., Ares, N. M. & Hurford, A. (2004).

A Taxonomy of Generative Activity Design Supported by Next- Generation Classroom Networks. Psychology of Mathematics Education - North America. Ontario, Canada. (pp. 837-846)

Van de Walle, J., Karp, K., & Bay-Williams, J. (2013).





Elementary and Middle School Mathematics. Teaching Developmentally. New Jersey: Pearson.

Anexo

Materiales y Recursos

Este espacio está reservado para recursos y herramientas utilizados en los ambientes de aprendizaje de los Capítulos 2 y 3 que aparecen en la siguiente lista.

Los ambientes de aprendizaje que requieren material para imprimir pueden descargarse en el enlace https://face.ujed.mx/?page_id=1681 y, además, aparecen las siguientes versiones recortables en este anexo.

AMBIENTES DE APRENDIZAJE PARA FAVORECER EL CÁLCULO MENTAL	
	<i>Sección 2.1</i> Encuentra las que faltan Presentación recortable p. 121-129
	<i>Sección 2.2</i> Contemos rápido Presentación recortable p. 131-146
	<i>Sección 2.4</i> Lotería p. 87-119
	<i>Sección 2.6</i> Las fichas del dominó suma de 5 en 5 Dominó de puntos p. 77-85

AMBIENTES DE APRENDIZAJE PARA FAVORECER LA ESTIMACIÓN



Sección 3.6 Aviones y trayectorias

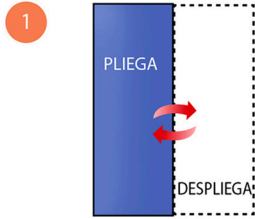
- a) Instructivo para el avión Nakamura..... p. 71
- b) Instructivo para el avión Espía p. 72
- c) Instructivo para el avión Pteroplano..... pp. 73-74
- d) Instructivo para el avión Profesional..... p. 75



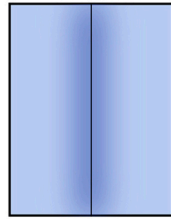
Sección 3.8 Diseño digital: Trabajo con fotografías

- a) Conjunto de fotografías 1: Museo del Bebeleche p. 147
- b) Conjunto de fotografías 2: Rehilete p. 149
- c) Conjunto de fotografías 3: Escultura Bebeleche p. 151
- d) Conjunto de fotografías 4: Pájaro p. 153

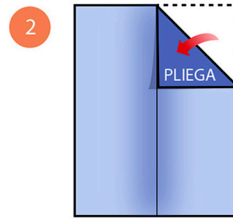
Avión Nakamura



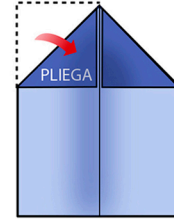
1 Pliega a lo largo por la mitad. Despliega para formar la marca central.



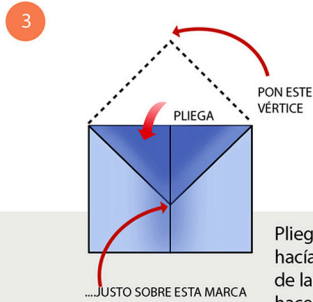
Marca Central



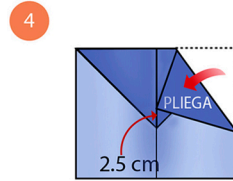
2 Pliega el ángulo superior derecho hacia abajo de modo que el borde superior quede alineado con la marca central.



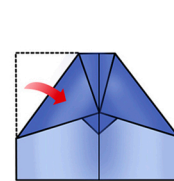
Haz lo mismo con el ángulo superior izquierdo.



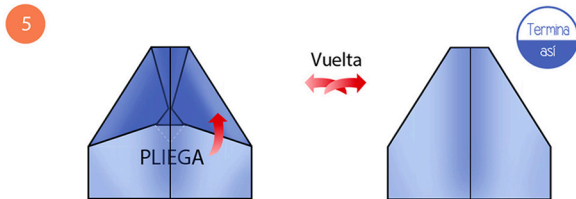
3 Pliega el vértice superior hacia abajo, justo por debajo de las aletas que acabas de hacer.



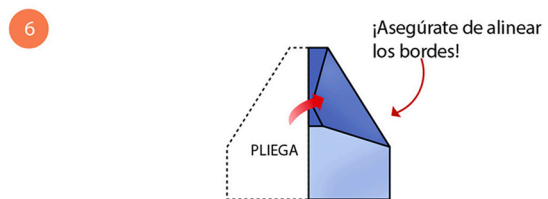
4 Coloca el ángulo superior derecho sobre la marca central, a 2.5 cm por encima del vértice. Marca bien los pliegues.



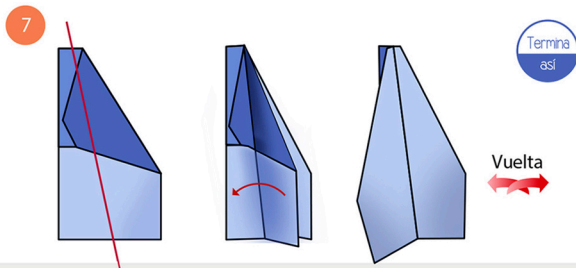
Haz lo mismo con el ángulo superior izquierdo.



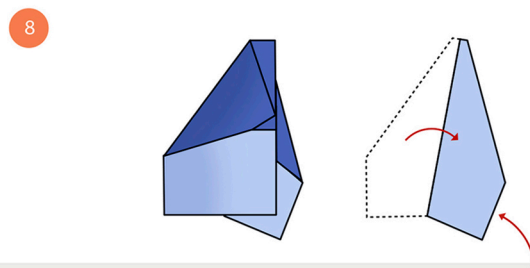
5 Vuelve el vértice hacia arriba y plégalo de modo que quede sobre la marca central.



6 Pliega por la mitad. Asegúrate que los bordes del lado izquierdo queden perfectamente alineados con los bordes de la derecha.

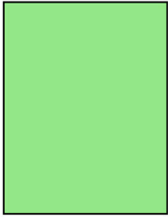


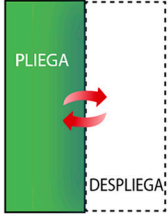
7 Pliega sólo la aleta superior por donde te muestra la línea roja.

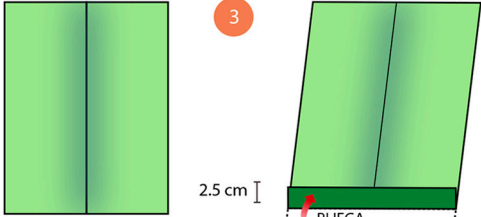


8 Pliega la otra ala de modo que se asiente perfectamente sobre la primera. ALINEA LOS BORDES CON LOS DEL ALA QUE ACABAS DE PLEGAR.

Avión Espía

1 

2 

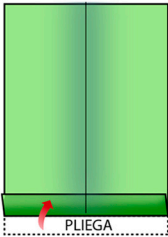
3 

Comienza así

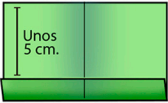
Pliega a lo largo por la mitad. Despliega para formar la marca central.

Marca Central

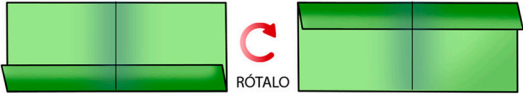
Luego pliega los 2.5 cm inferiores hacia arriba, haciendo coincidir la marca central.

4 


Total 7 pliegues ...



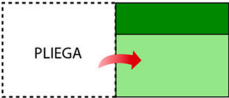
... Hasta obtener este.

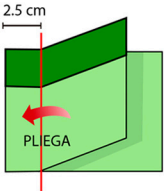


Termina así

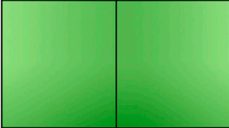


La marca central debe coincidir en cada pliegue. Haz el mismo pliegue 6 veces más...

6 

7 

Termina así

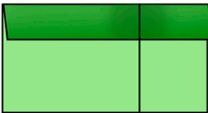


Pliega por la mitad de izquierda a derecha


Pliega la aleta superior hacia atrás por donde indica la línea roja.

8 **La clave es**
¡Que los bordes coincidan y presiones bien!

Termina así




DALE VUELTA




Pliega la aleta izquierda para hacer la otra ala. Hazla coincidir con el ala que está debajo.

9 **Casi Listo**

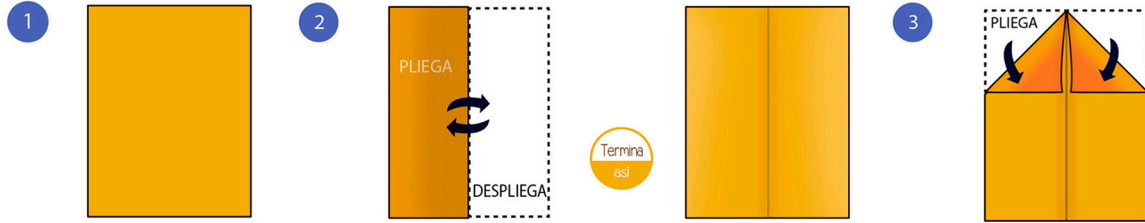


Abre parcialmente las alas. Desde la cola, tu avión debe verse así.



Luego forma aletas del ancho de un pulgar en cada ala. Deben quedar paralelas al fuselaje.

Avión Pteroplano

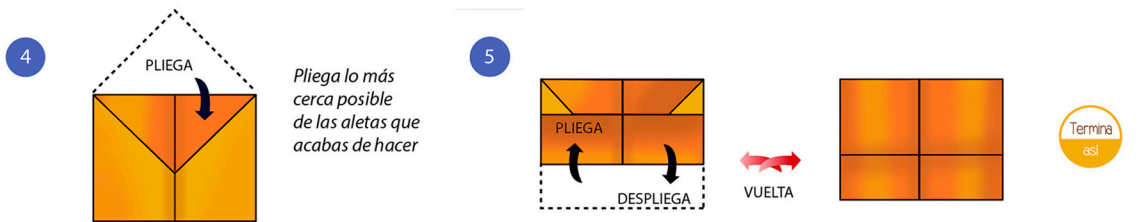


Comienza así

Pliega y despliega a lo largo para hacer una marca central.

Marca Central

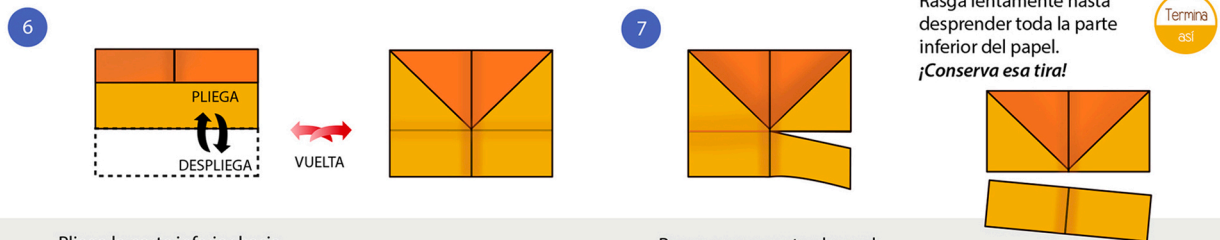
Pliega los dos ángulos superiores hacia abajo.



Pliega lo más cerca posible de las aletas que acabas de hacer

Pliega el vértice superior hacia abajo haciendo coincidir con la marca central.

Pliega la parte inferior del papel hacia arriba, haciendo un doblez justo a la altura del vértice del triángulo invertido. Despliega.

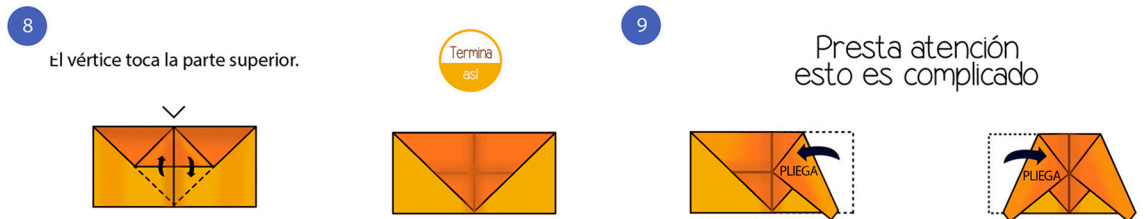


Pliega la parte inferior hacia arriba por la misma marca.

Rasga suavemente el papel por la marca.
Usa tijeras si te resulta difícil rasgar el papel.

Rasga lentamente hasta desprender toda la parte inferior del papel.
¡Conserva esa tira!

Un poco irregular está bien. Muy irregular no sirve.

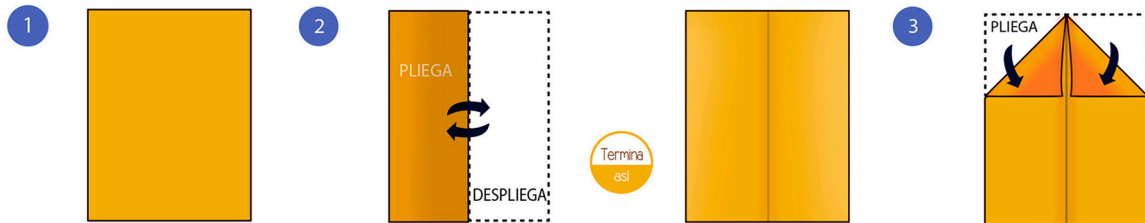


Pliega la punta hacia el borde superior, haciendo coincidir la marca central. Despliega.

Pliega el ángulo superior derecho hacia la + formada en el centro por las dos marcas.

Haz lo mismo con el ángulo superior izquierdo.

Avión Pteroplano

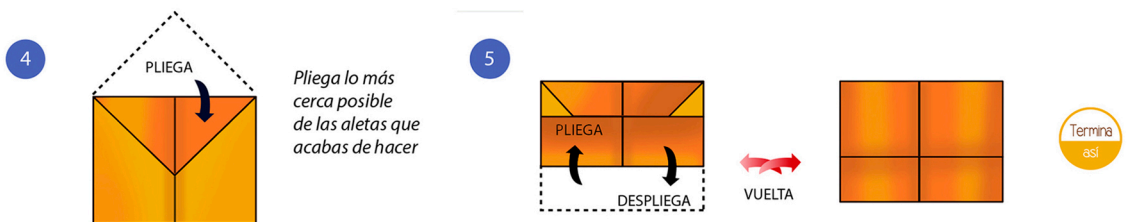


Comienza así

Pliega y despliega a lo largo para hacer una marca central.

Marca Central

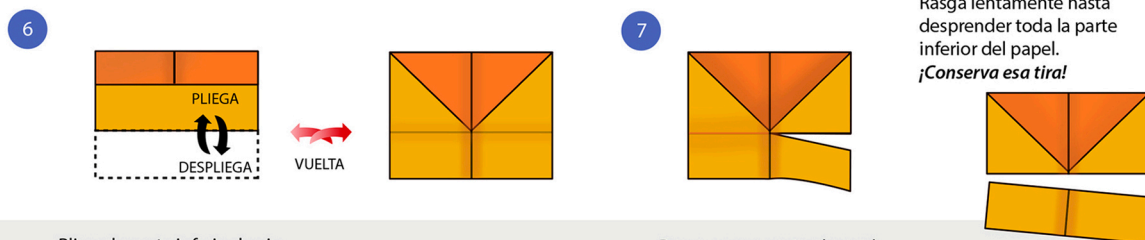
Pliega los dos ángulos superiores hacia abajo.



Pliega lo más cerca posible de las aletas que acabas de hacer

Pliega el vértice superior hacia abajo haciendo coincidir con la marca central.

Pliega la parte inferior del papel hacia arriba, haciendo un doblez justo a la altura del vértice del triángulo invertido. Despliega.

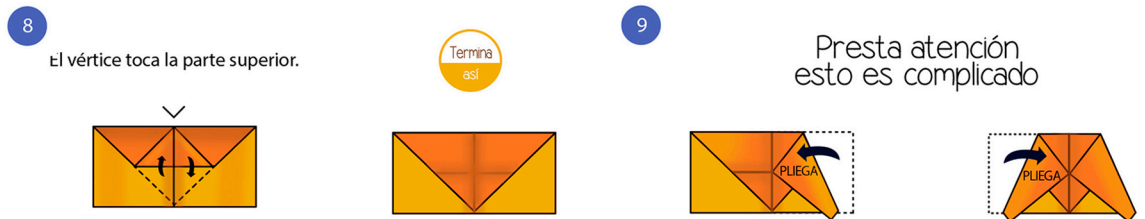


Pliega la parte inferior hacia arriba por la misma marca.

Rasga suavemente el papel por la marca. Usa tijeras si te resulta difícil rasgar el papel.

Rasga lentamente hasta desprender toda la parte inferior del papel. ¡Conserva esa tira!

Un poco irregular está bien. Muy irregular no sirve.



El vértice toca la parte superior.

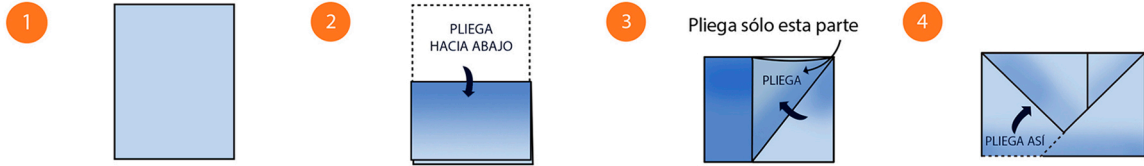
Pliega la punta hacia el borde superior, haciendo coincidir la marca central. Despliega.

Presta atención esto es complicado

Pliega el ángulo superior derecho hacia la + formada en el centro por las dos marcas.

Haz lo mismo con el ángulo superior izquierdo.

Avión Profesional

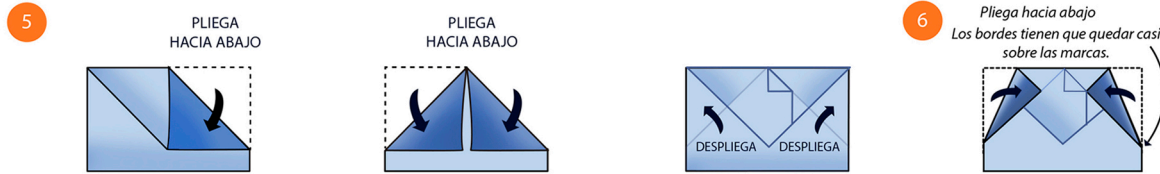


Comienza así

Pliega la parte superior hacia abajo por la mitad. Debes ser exacto.

Pliega sólo esta parte
Pliega el borde derecho de la aleta de arriba de modo que se apoye sobre la marca que hiciste.

Haz el mismo pliegue con el lado izquierdo. La mitad superior del papel debería quedar como triángulo invertido.

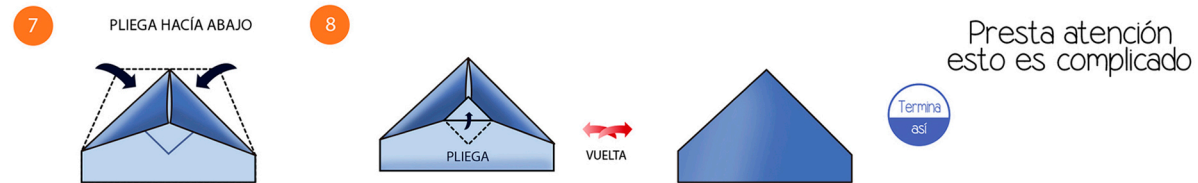


Pliega el ángulo superior derecho hacia abajo sobre la punta del triángulo invertido.

Haz lo mismo pliegue con el lado izquierdo.

Abre los dos últimos pliegues que hiciste.

Pliega los ángulos derecho e izquierdo hacia abajo casi sobre los pliegues que acabas de abrir.

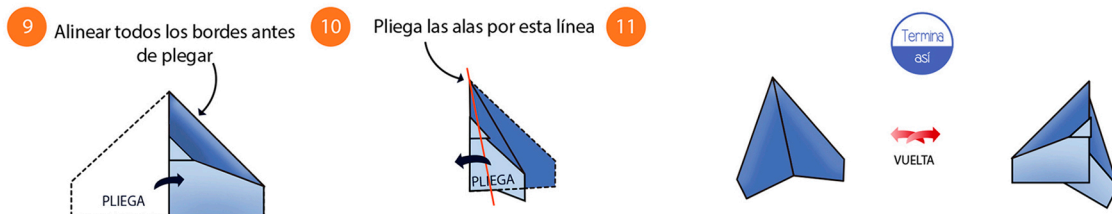


Vuelve a plegar por las mismas marcas.

Dobla la punta del centro hacia arriba.

Presta atención esto es complicado

Termina así



Pliega por la mitad, de la izquierda a derecha.

Pliega la parte superior del ala hacia abajo.

Termina así

VUELTA

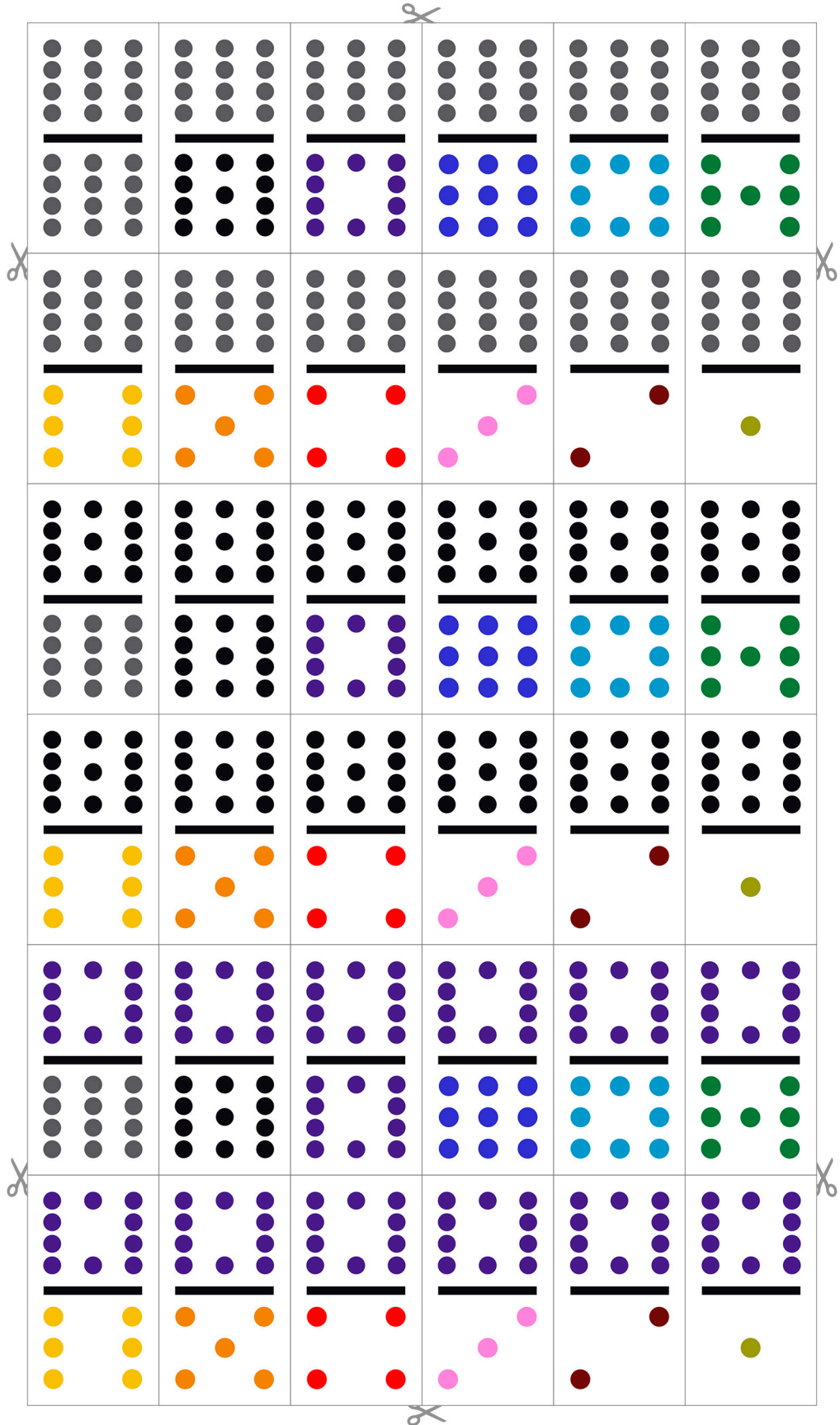


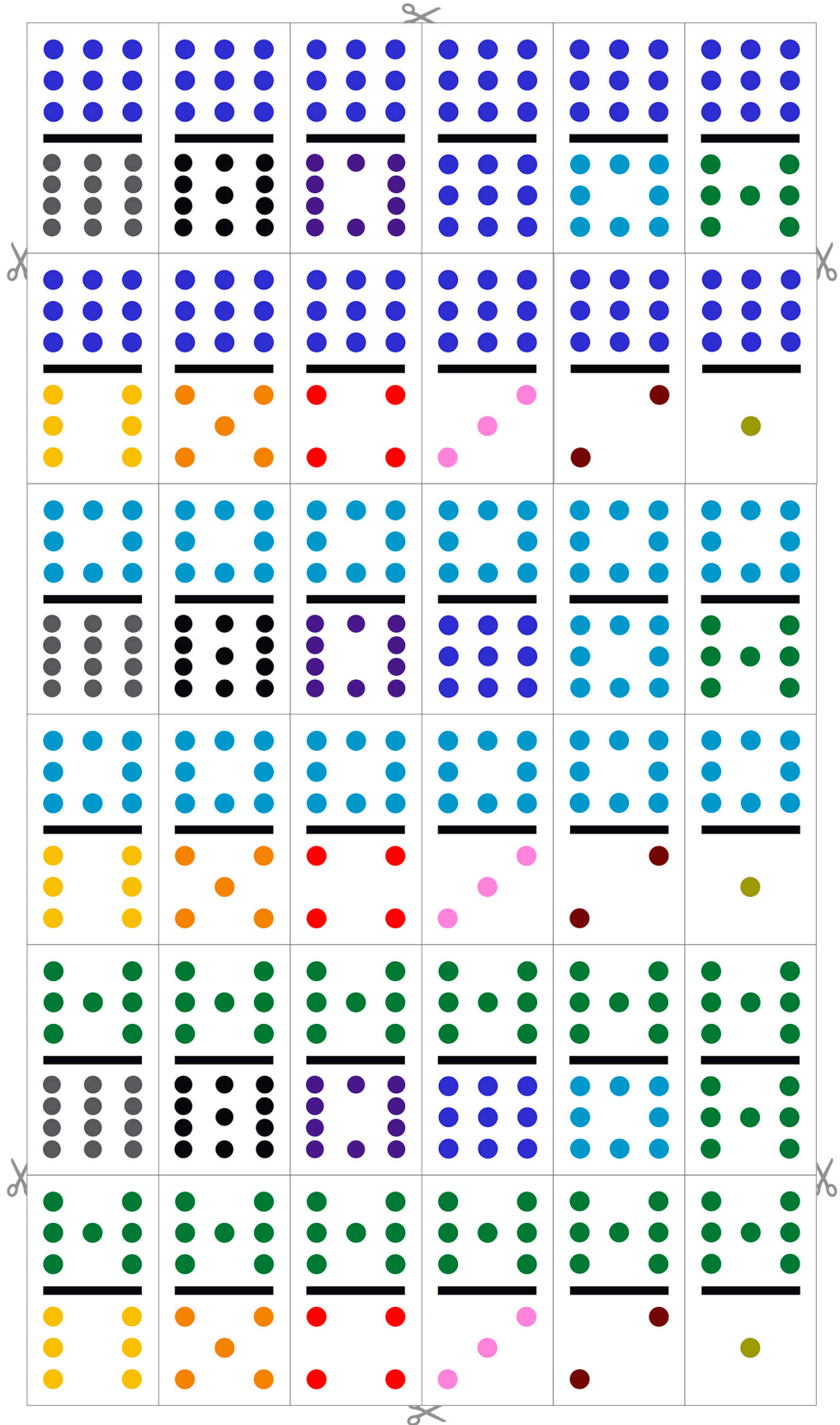
Pliega la otra ala justo encima de la primera. Alinea con cuidado todos los bordes.

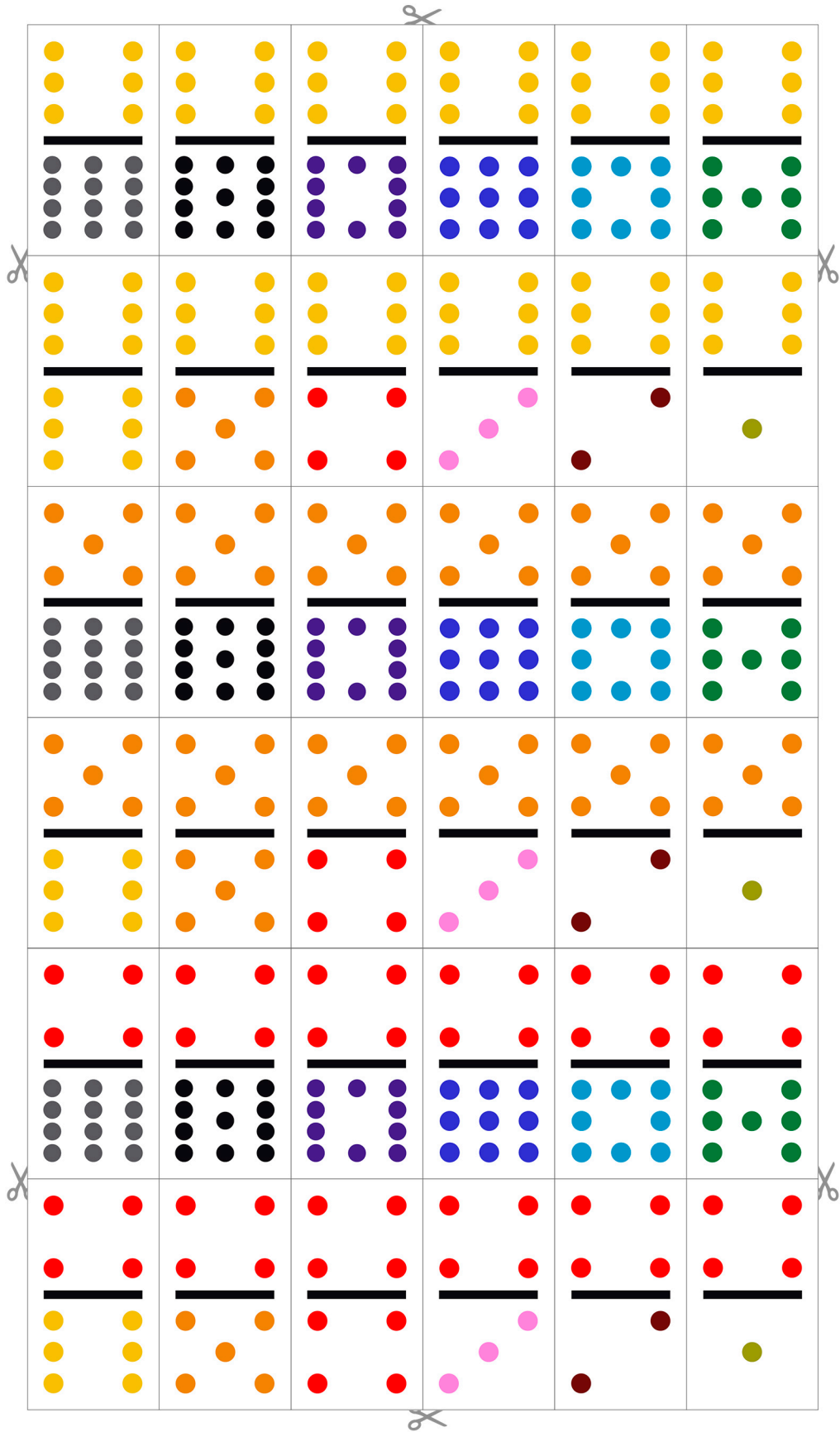
Casi Listo

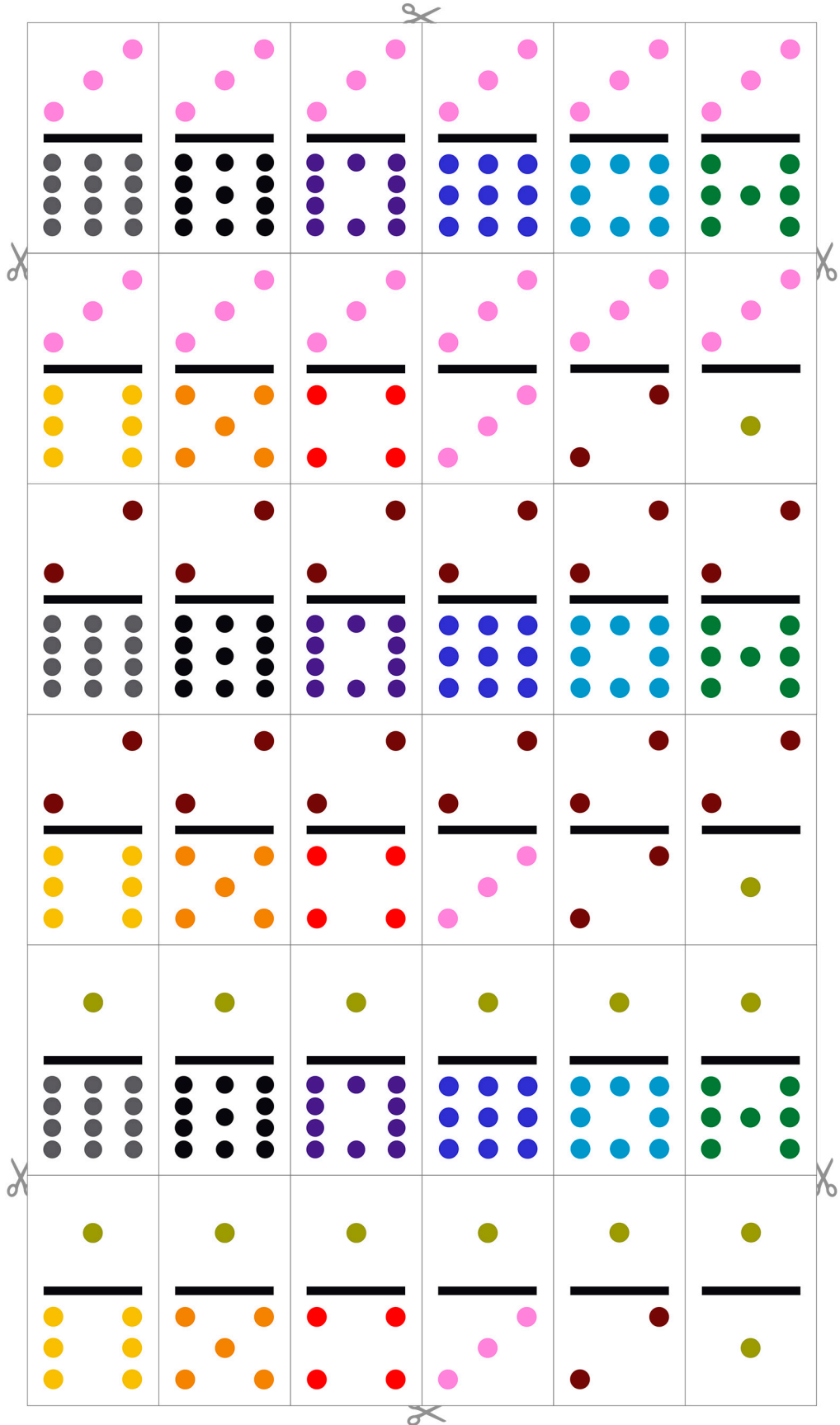
Abre las alas. Desde la cola, tu avión deberá verse así.

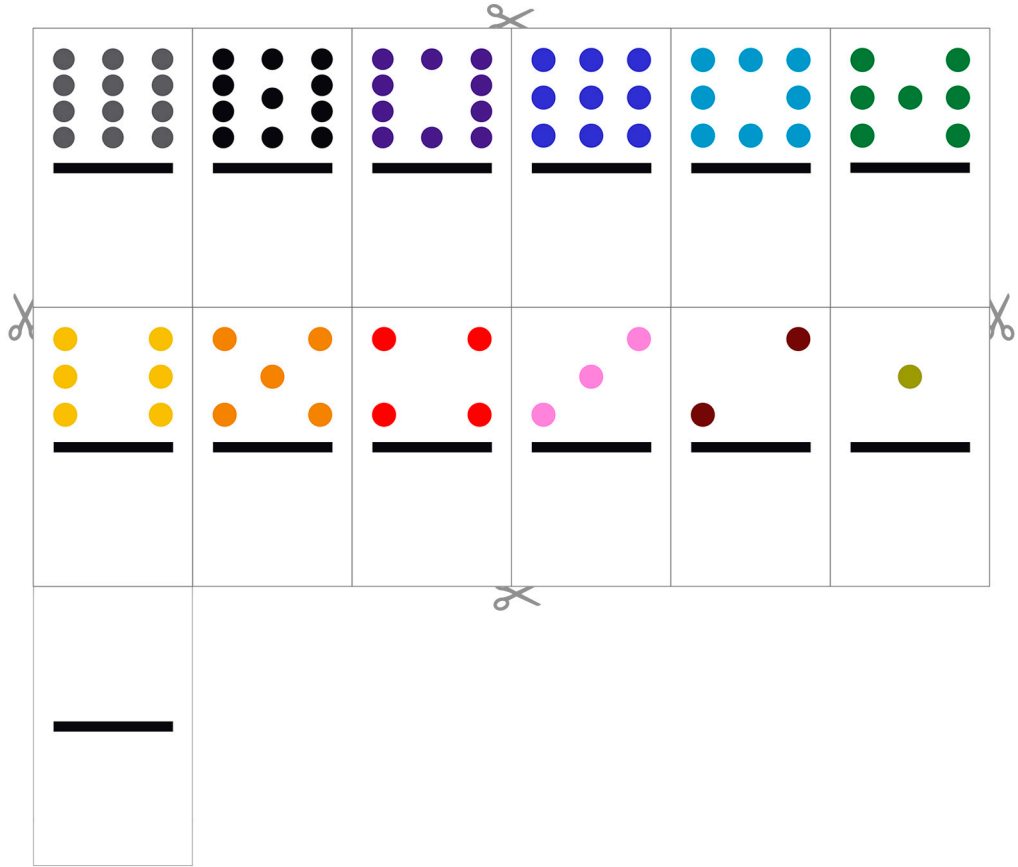
Haz aletas del tamaño de un meñique plegando hacia arriba el papel en ambos lados.




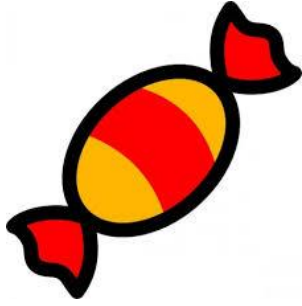


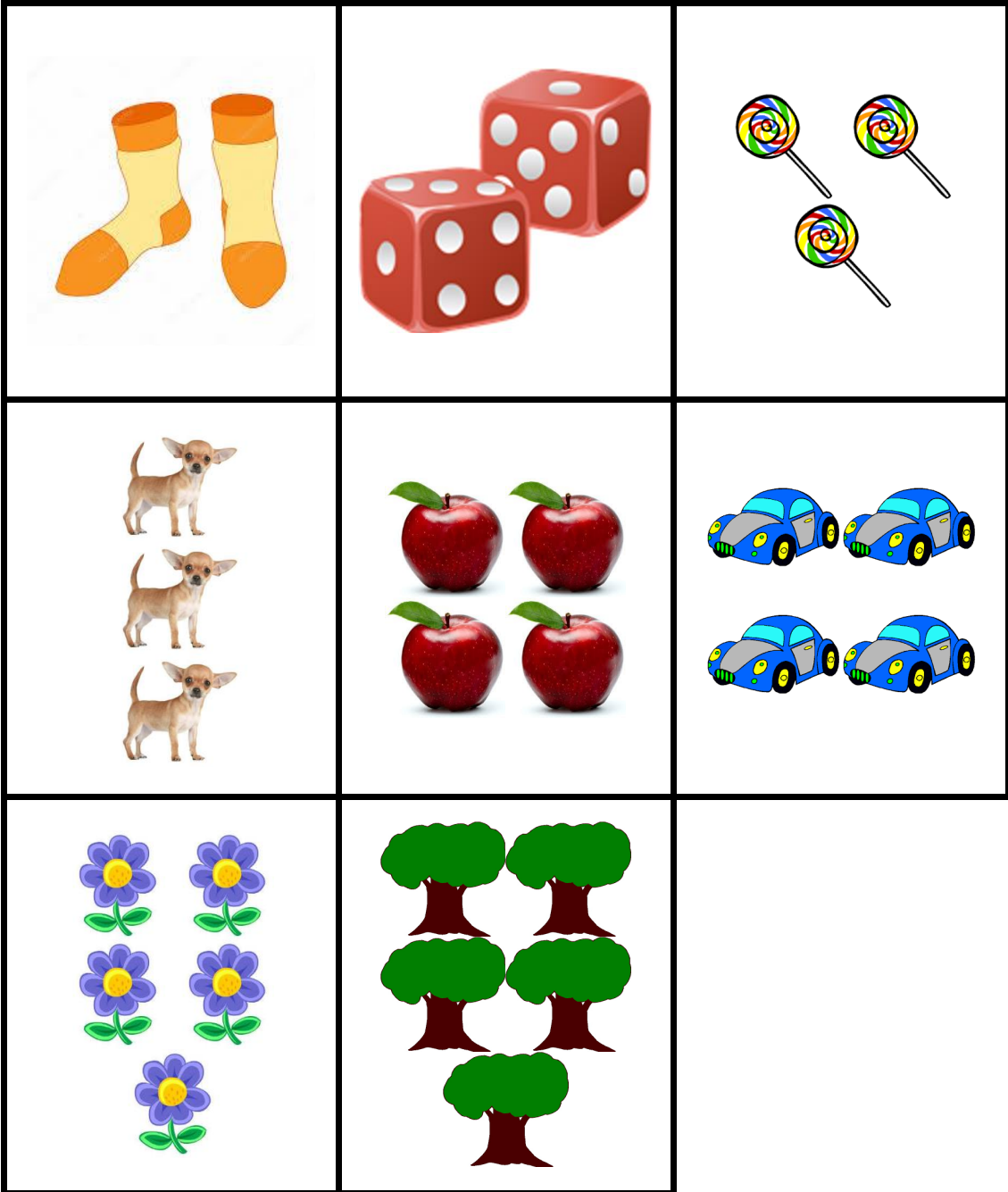




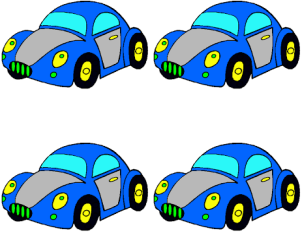

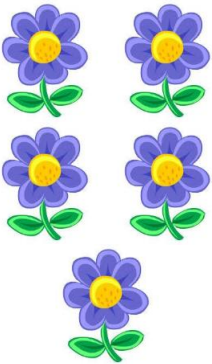


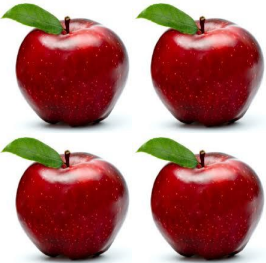
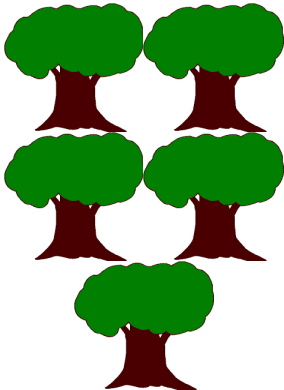

CARTAS DE LOTERÍA DEL 0 AL 5


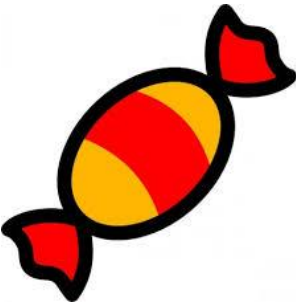

0	1	2
3	4	5
		

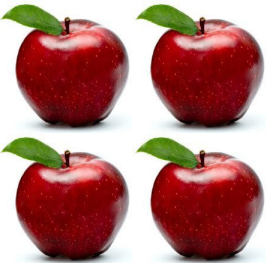

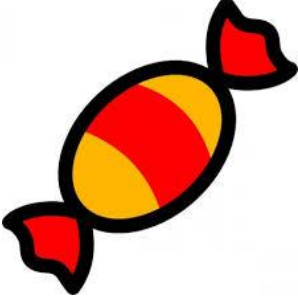



EJEMPLOS DE TABLEROS 3X2

	<p data-bbox="938 531 1052 709">3</p>
<p data-bbox="565 972 678 1150">5</p>	
	

	<p data-bbox="935 529 1055 705">0</p>
<p data-bbox="574 970 678 1146">1</p>	
	<p data-bbox="938 1411 1049 1587">2</p>

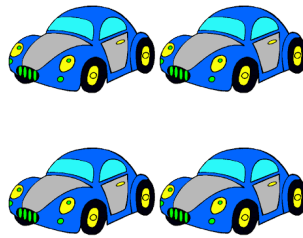
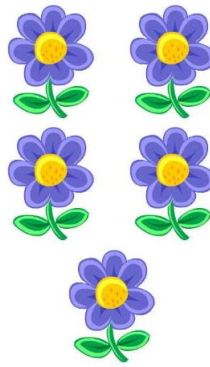
	<p data-bbox="987 527 1089 701">1</p>
<p data-bbox="607 968 716 1142">5</p>	
	


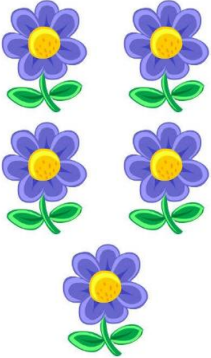
	<p data-bbox="938 529 1049 705">3</p>
	
	<p data-bbox="935 1411 1055 1587">0</p>

2



5



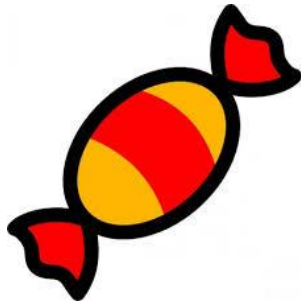
4	3
	
	2

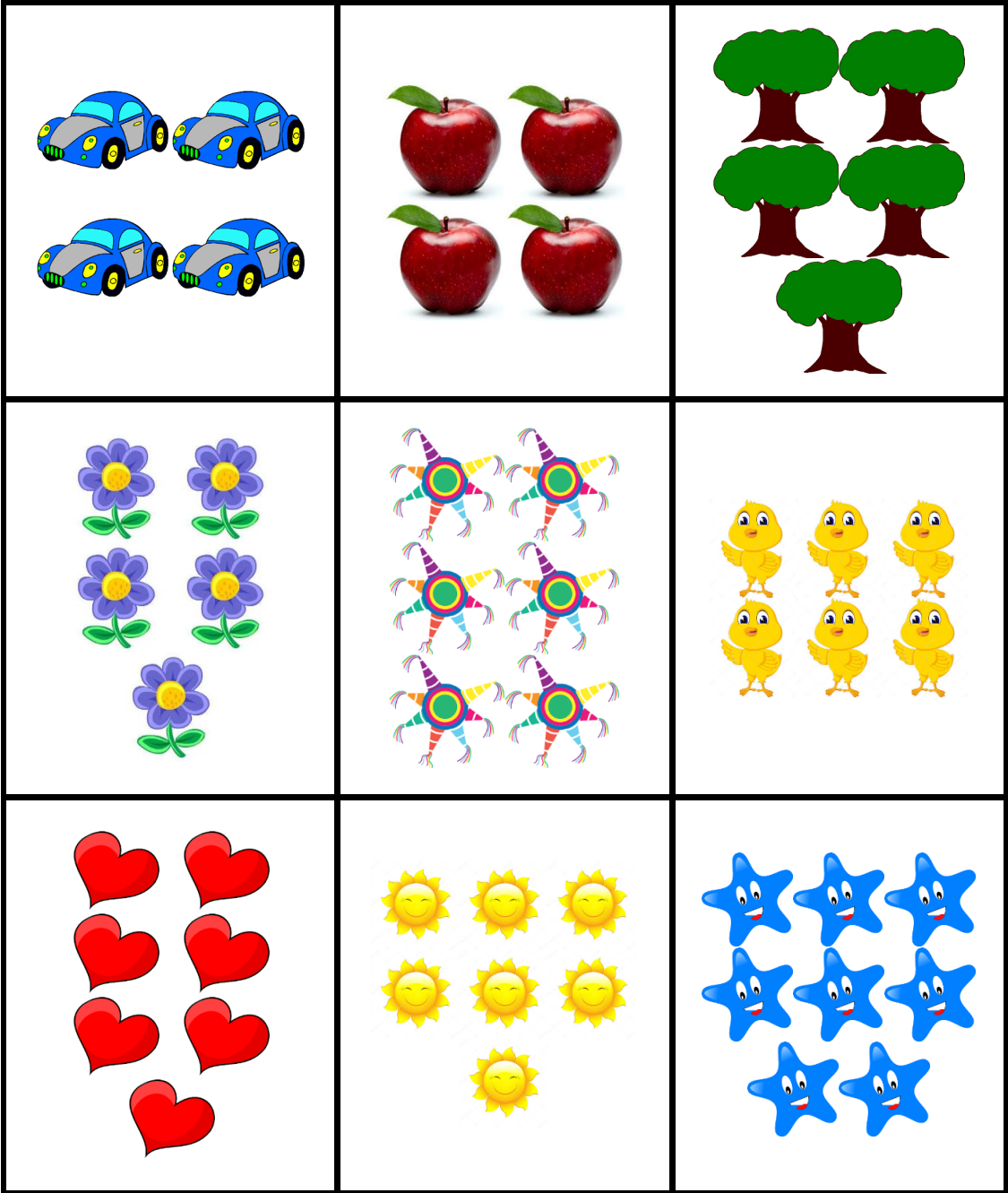
CARTAS DE LOTERÍA DEL 0 AL 10

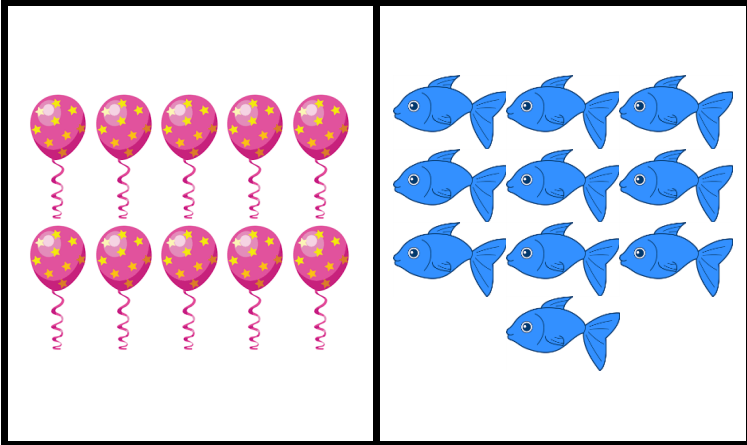
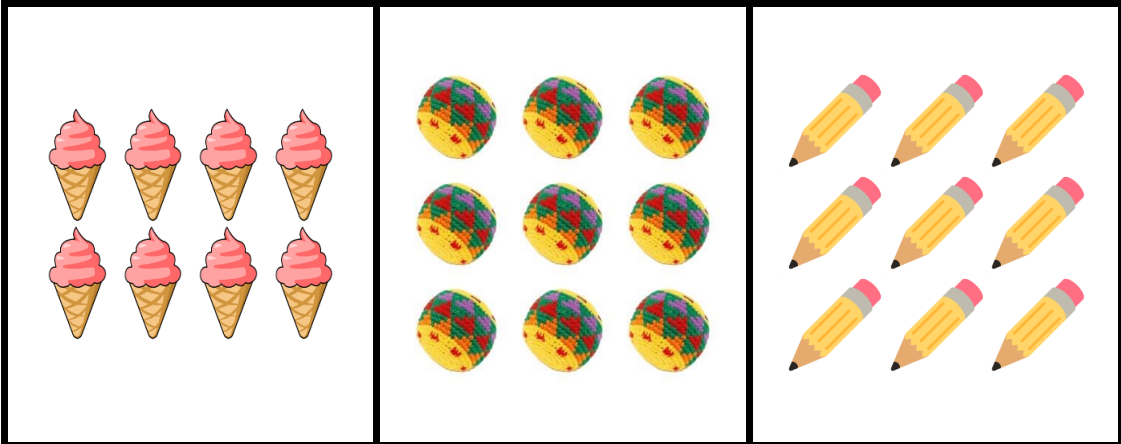
0	1	2
3	4	5
6	7	8

9



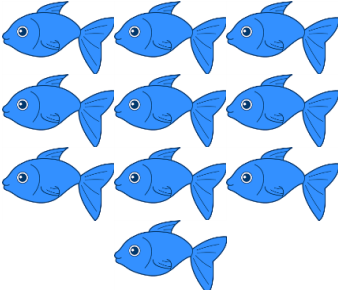
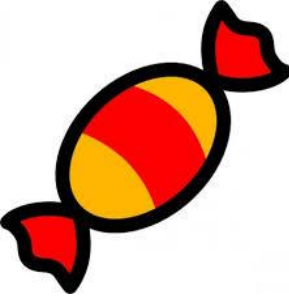
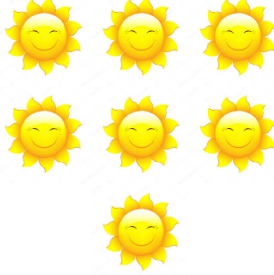
10


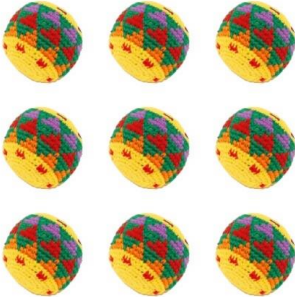
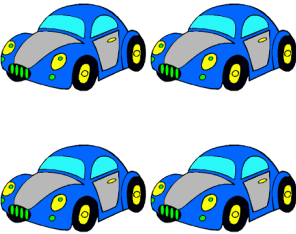
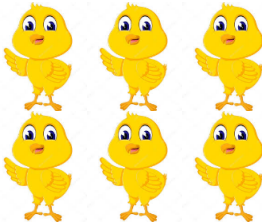




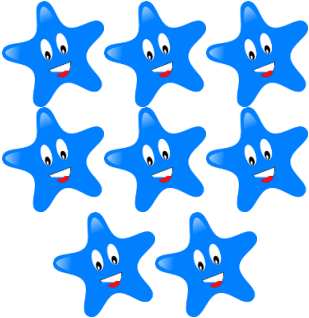
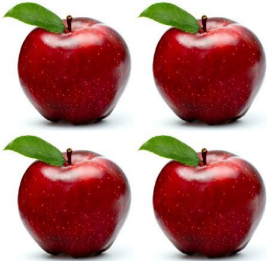
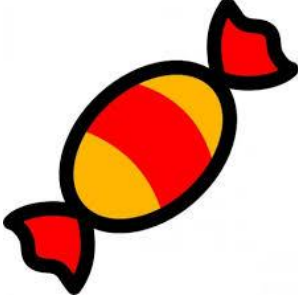




EJEMPLOS DE TABLERO 3X3

	<p>3</p>	
		<p>4</p>
<p>8</p>	<p>1</p>	

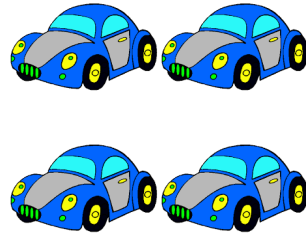
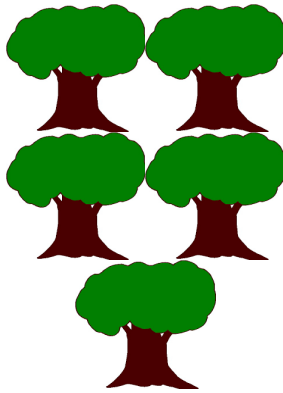
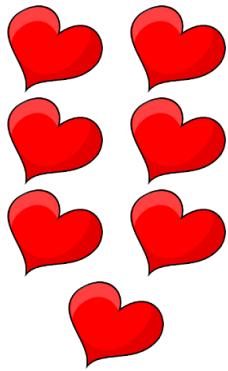
		1
		0
10	5	

5		6
	9	
	2	

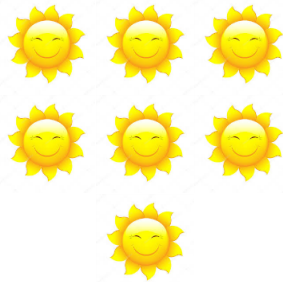
0



9

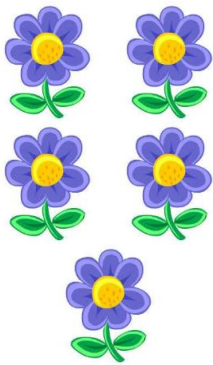
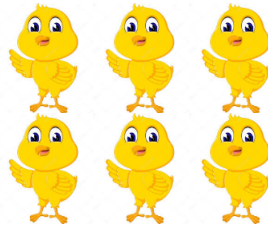


6



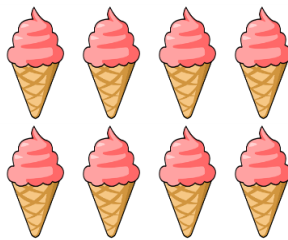
2

10



3

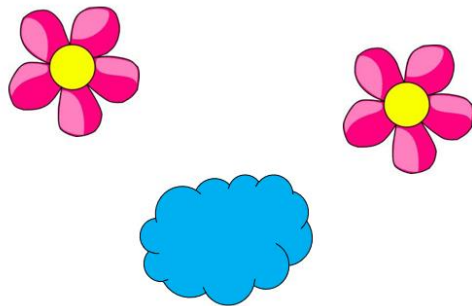
7



0

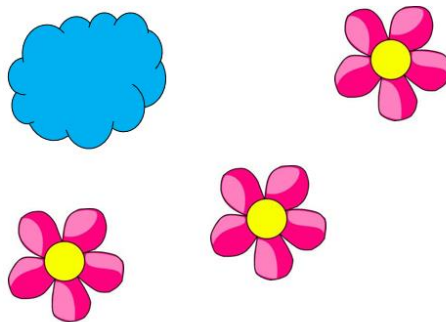
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

3



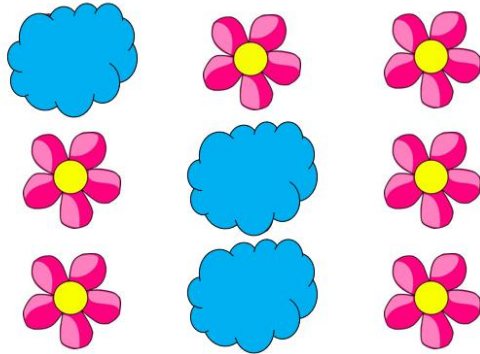
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

4



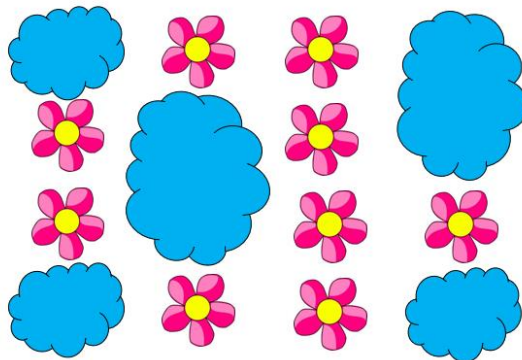
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

9



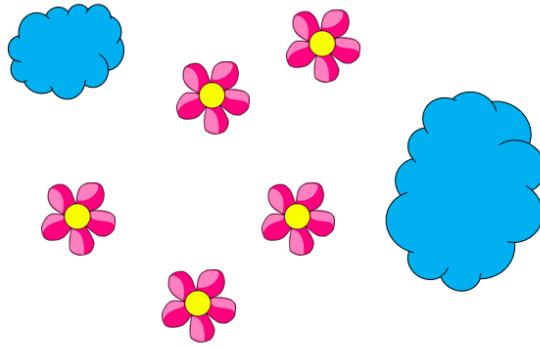
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

16



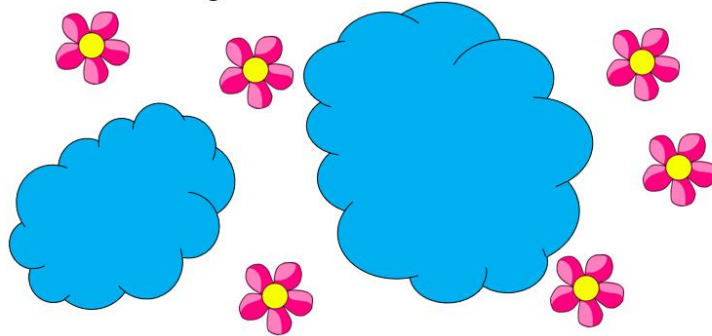
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

8



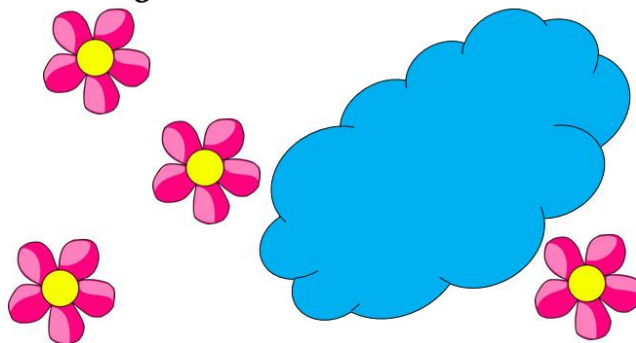
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

11



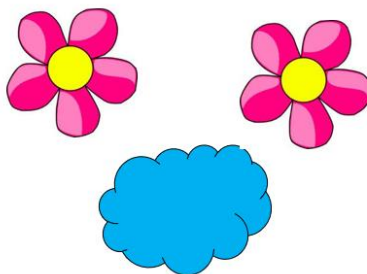
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

6



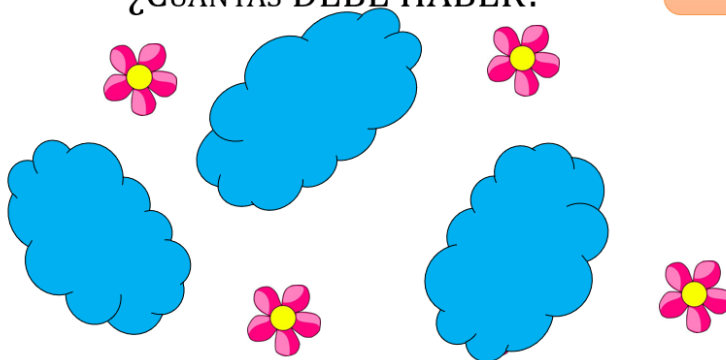
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

2



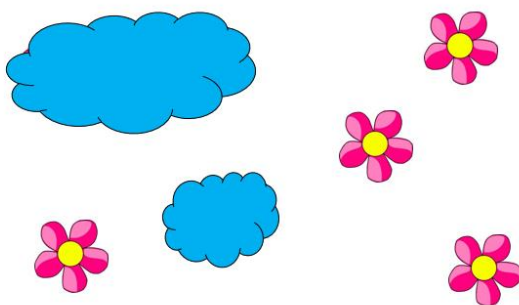
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

10



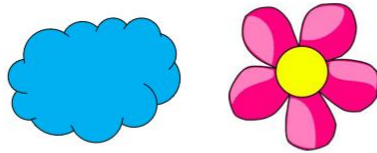
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

7



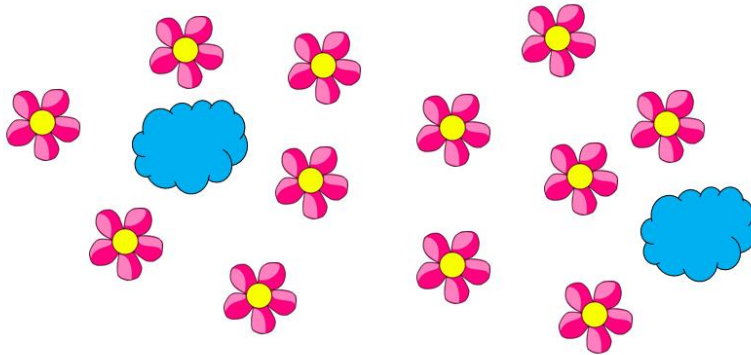
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

1



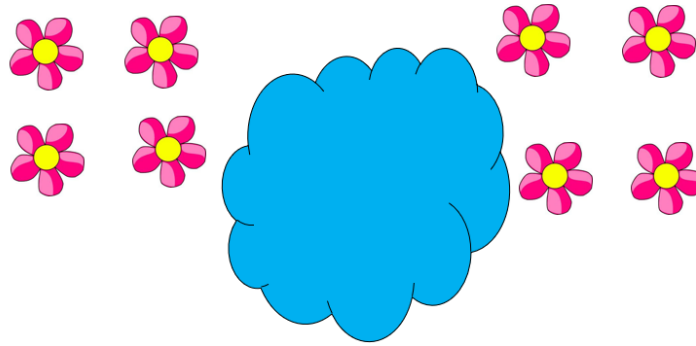
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

12



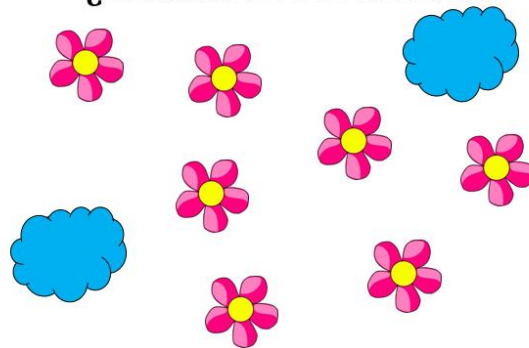
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

12



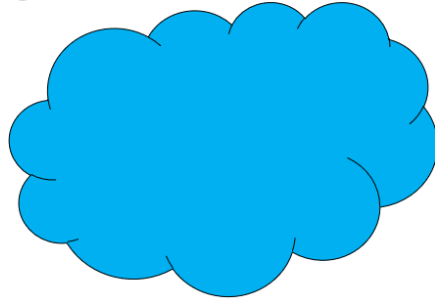
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

9



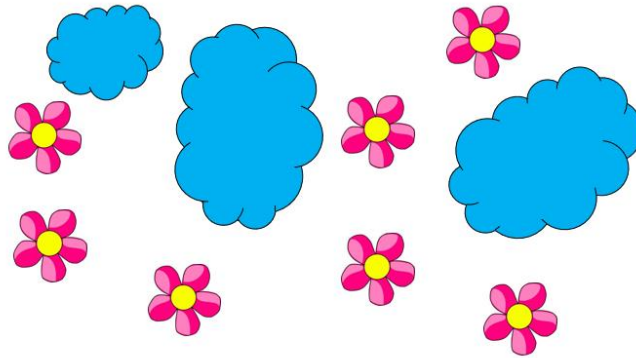
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

3



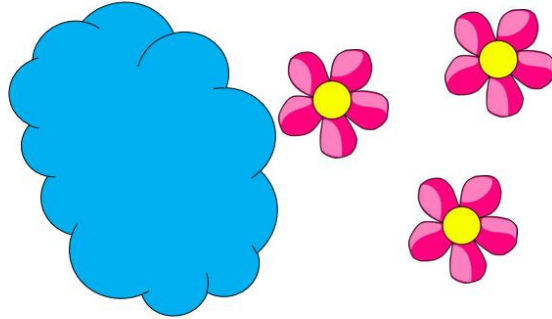
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

12



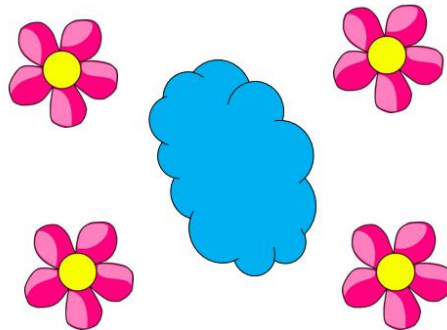
¿CUÁNTAS DEBE HABER?

5



¿CUÁNTAS DEBE HABER?

5



¿CUÁNTAS HAY?



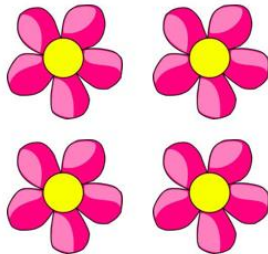
¿CUÁNTAS HAY?



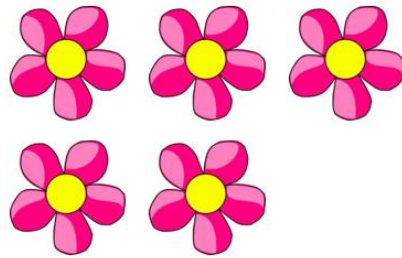
¿CUÁNTAS HAY?



¿CUÁNTAS HAY?



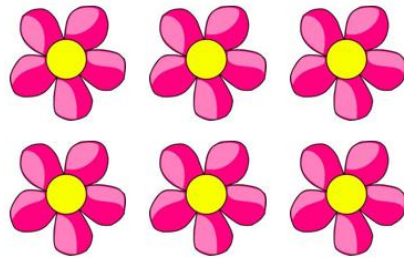
¿CUÁNTAS HAY?



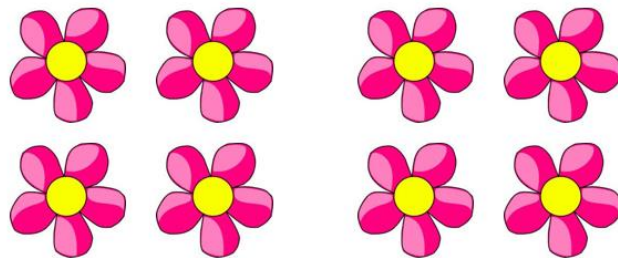
¿CUÁNTAS HAY?



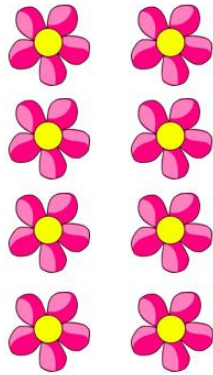
¿CUÁNTAS HAY?



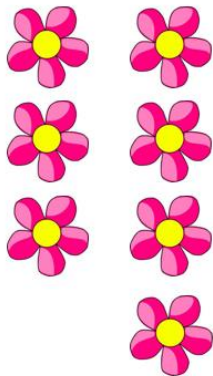
¿CUÁNTAS HAY?



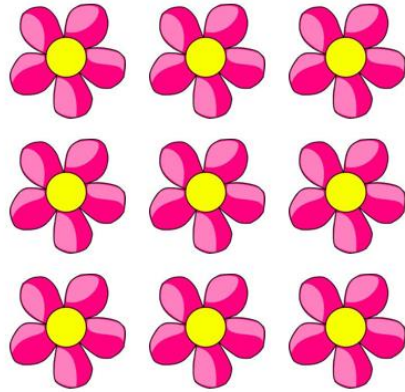
¿CUÁNTAS HAY?



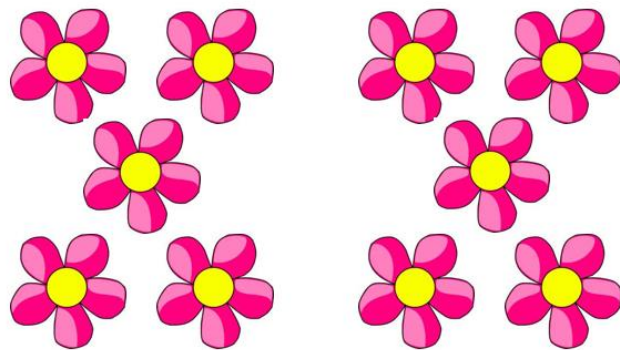
¿CUÁNTAS HAY?



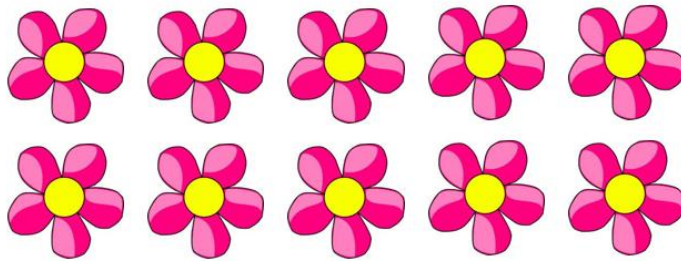
¿CUÁNTAS HAY?



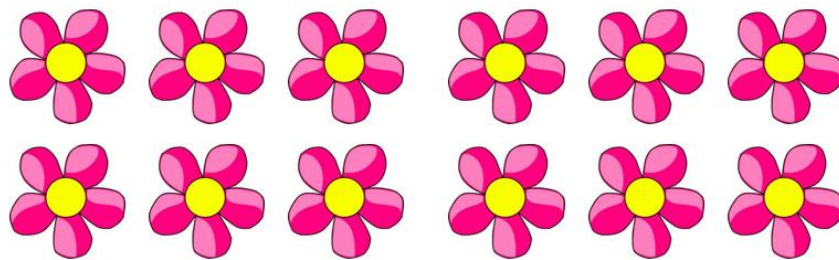
¿CUÁNTAS HAY?



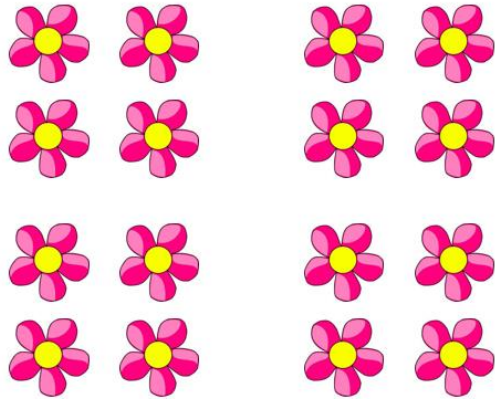
¿CUÁNTAS HAY?



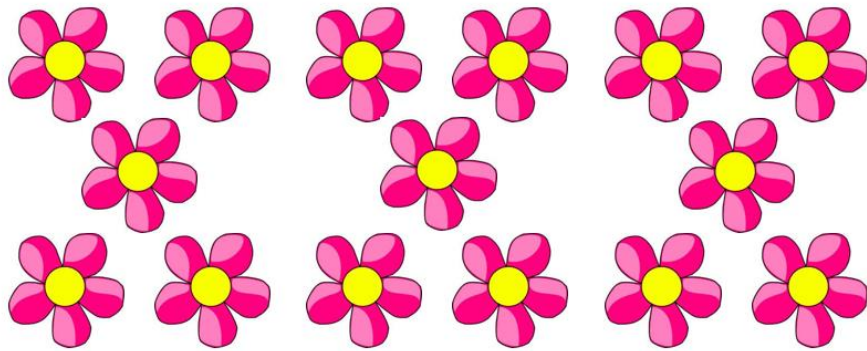
¿CUÁNTAS HAY?



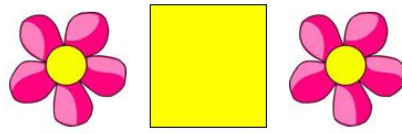
¿CUÁNTAS HAY?



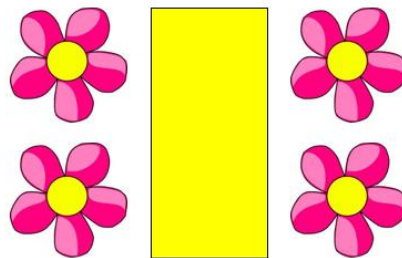
¿CUÁNTAS HAY?



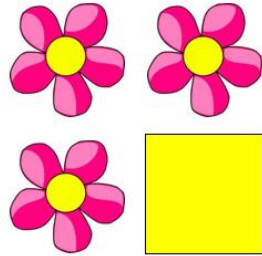
¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



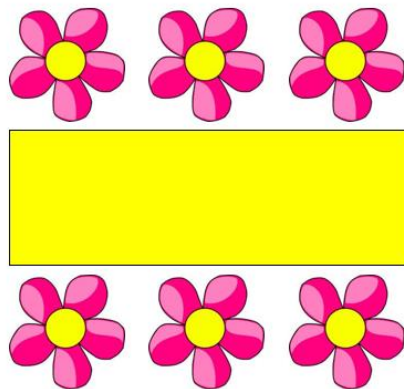
¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



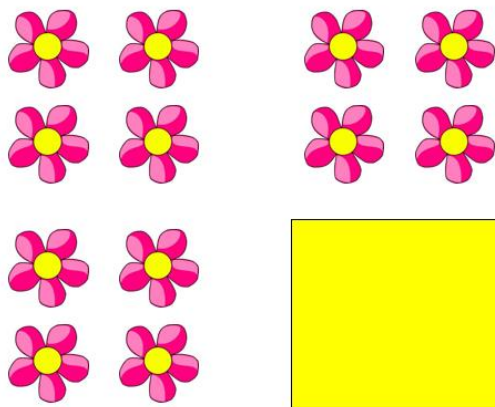
¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



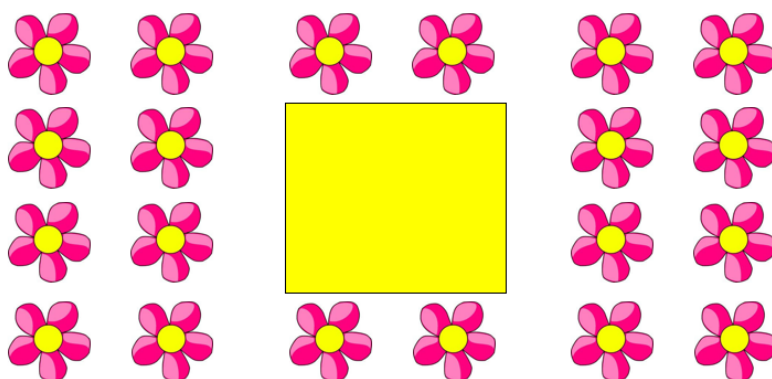
¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



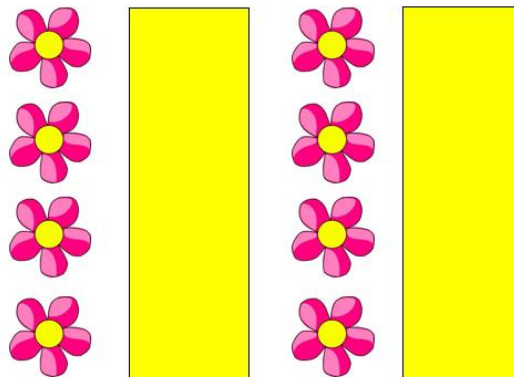
¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



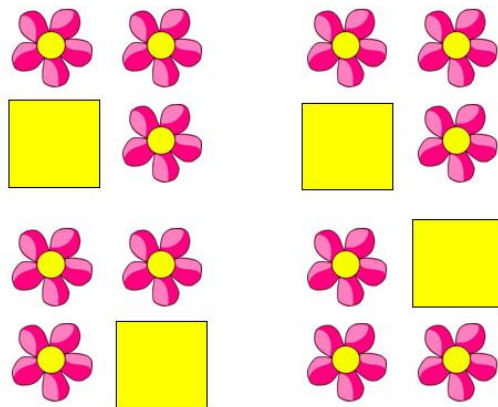
¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



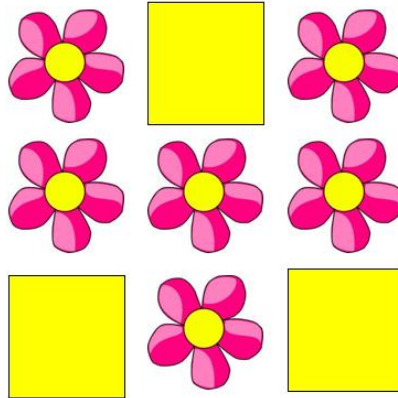
¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



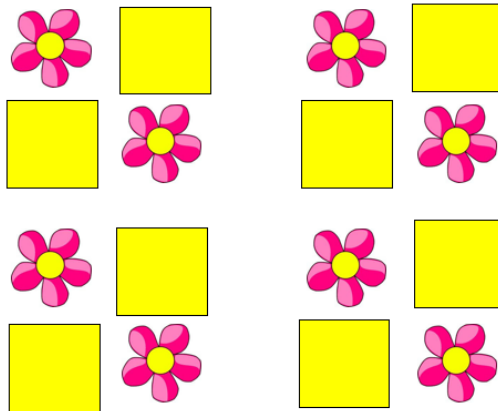
¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



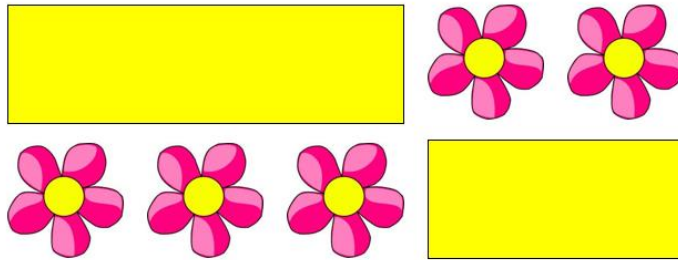
¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



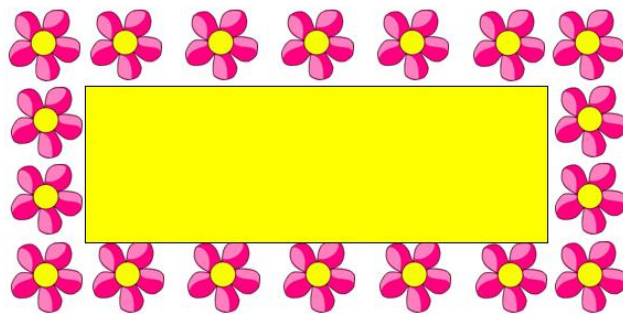
¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



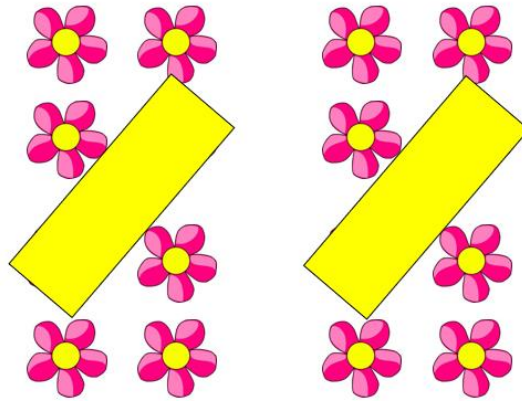
¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



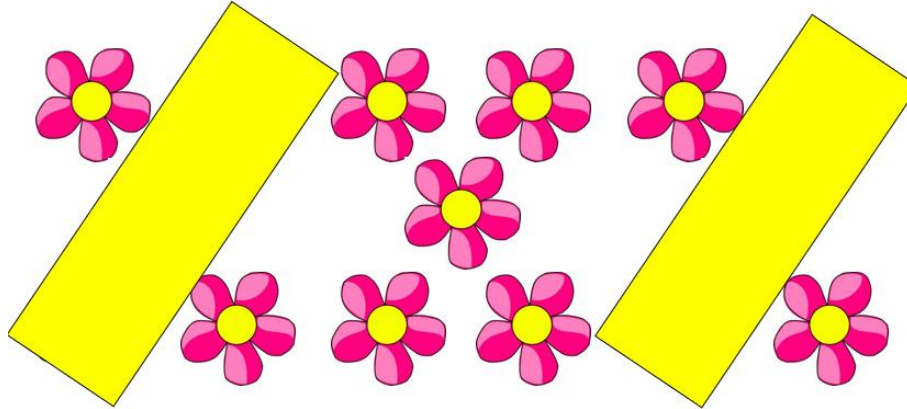
¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



¿CUÁNTAS ESTÁN ESCONDIDAS?



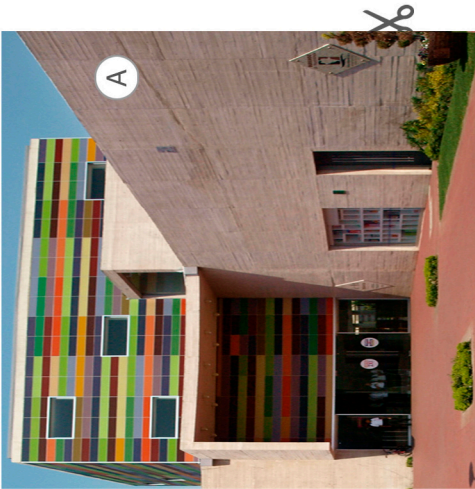
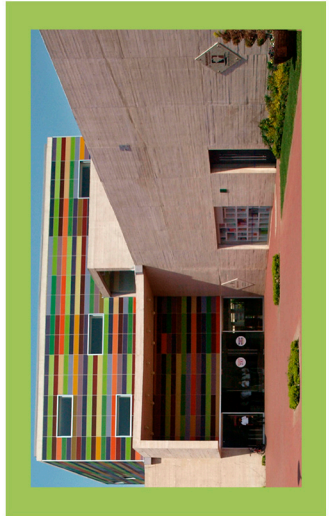


Foto original
Conjunto 1

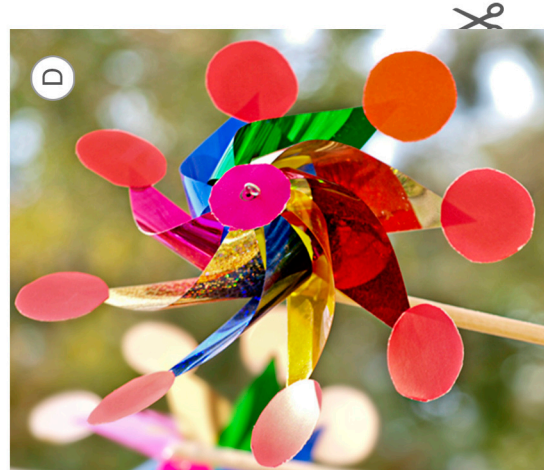




Foto original
Conjunto 3

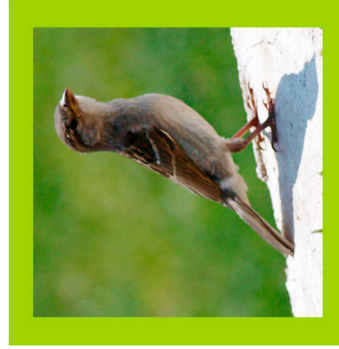
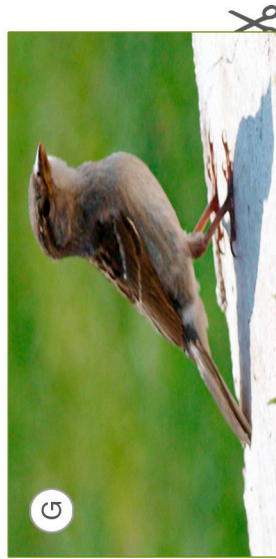
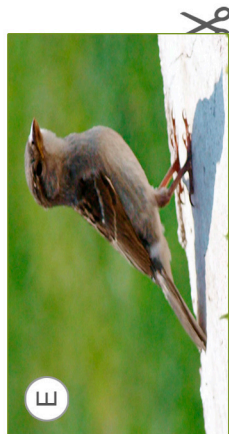


Foto original
Conjunto 4

Este programa es público ajeno a cualquier partido político, queda prohibido el uso para fines distintos a los establecidos en el programa.



**La estimación y el cálculo mental
en educación básica: preescolar**

ISBN 978-607-503-189-7



9 786075 031897