

## UNIDAD DE APRENDIZAJE: PENSAMIENTOS ALGEBRAICO Y GEOMÉTRICO

**Objetivo.** Introducir al estudiante de la Maestría en el estudio de los pensamientos algebraico y geométrico, a través de la exploración de trabajos científicos en el área encaminados a estudiar, comprender y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en dichos pensamientos, así como fomentar la transición desde el pensamiento intuitivo hasta el deductivo y formal.

### Descripción y contenido

En esta Unidad de Aprendizaje se ampliará y fortalecerá la percepción de lo qué es el pensamiento algebraico y verlo más allá de la manipulación de símbolos, centrarnos en este tipo de pensamiento y contenido matemático para lograr resolver problemas algebraicos. De igual manera se ampliará el conocimiento del contenido geométrico, se discutirá y reflexionará sobre cuestiones epistemológicas, psicológicas y didácticas en relación con el pensamiento geométrico axiomático y geométrico analítico. También se explorarán y analizarán las diferentes tecnologías digitales que complementan la enseñanza y aprendizaje de estos contenidos, por ejemplo, las hojas electrónicas de cálculo, los CAS y sistemas de geometría dinámica.

Con lo anterior, se pretende identificar y ampliar el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico de las áreas mencionadas, para que al finalizar el estudio de la Unidad de Aprendizaje el estudiante de maestría proponga situaciones didácticas a usar para la enseñanza en congruencia con los principios constructivistas del aprendizaje, con la importancia de la interacción social y del trabajo en grupo del alumno.

Los contenidos que se abordarán en esta Unidad de Aprendizaje, están basados en los estándares de álgebra y geometría planteados en los Principios y Estándares para la Educación Matemática por el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, por sus siglas en Inglés, 2000). Dichos contenidos son:

1. Representar y analizar situaciones y estructuras mediante símbolos algebraicos
  - 1.1 Signos algebraicos, cantidades desconocidas y variables
  - 1.2 Expresiones, ecuaciones y resolución de ecuaciones
2. Comprender patrones y relaciones para inducir la generalización
  - 2.1 Descubriendo la estructura
  - 2.2 El álgebra como una actividad de generalización
3. Forma, espacio y medida
4. Métodos de demostración en geometría
5. Tópicos de Trigonometría
6. Aproximación a la geometría analítica con enfoque vectorial
7. Resolución de problemas algebraicos y geométricos
8. Uso de herramientas tecnológicas en el aprendizaje del álgebra y la geometría
  - 8.1 Uso de sistemas algebraicos computarizados (CAS)
  - 8.2 Hojas de cálculo como una herramienta tecnológica para acceder a las formas algebraicas y los métodos
  - 8.3 Sistemas de Geometría Dinámica (SGD) en la exploración y resolución de problemas geométricos
9. Investigaciones relacionadas con los pensamientos algebraico y geométrico.

### **Evaluación**

Se utilizarán formas de evaluar que permitan analizar, describir y documentar la evolución del conocimiento del estudiante en relación a los diferentes enfoques de formación y construcción de conceptos algebraicos y en cuanto al desarrollo de habilidades para utilizar dicho conocimiento en diferentes situaciones. Las formas de evaluación estarán orientadas al pensamiento de los estudiantes, en relación: 1) al desempeño, cuántas preguntas correctas/incorrectas tienen sobre los temas; 2) a la aceptación y a la manera en cómo se sienten ellos al trabajar con los conocimientos adquiridos y utilizarlos para dar forma a una opinión acerca de las teorías y empatía con alguna de ellas; y 3) las formas de su pensamiento y razonamiento que conducen el desempeño en las discusiones e interacciones en la clase.

La evaluación se realizará en los tres puntos anteriores aplicados a su desempeño en clase y a una propuesta escrita para extender alguno de los contenidos tratados. Los primeros tres puntos tendrán un peso de 20% cada uno y la propuesta escrita tendrá un peso del 40% de la calificación, la cual se presenta en una escala de 1 a 10 con un mínimo de 8 requerido para superar el curso.

### **Bibliografía**

Arzarello, F., Ascari, M., Baldovino, C., & Sabena, C. *The teacher's activity under a phenomenological lens.*

Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (2007). The transition to formal proof in geometry. *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice*, 305(323), 305.

Bartolini Bussi, M., Boero, P., Ferri, F., Garuti, R., & Mariotti, M. A. (2007). Approaching and developing the culture of geometry theorems in school: A theoretical framework. *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice*, 211-217.

Boardman, M. (2000). Proof without words: Pythagorean runs. *Pythagorean runs. Mathematics magazine*, 73(1), 59.

Drijvers, P. (2010). *Secondary algebra education*. Springer.

Ferrara, F., Pratt, D., & Robutti, O. (2006). The role and uses of technologies for the teaching of algebra and calculus. *Handbook of research on the psychology of mathematics education. Past, present and future*, 237-274.

Filloy, E., Puig, L., & Rojano, T. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de las Ciencias*, 26(3), 327-342.

Friedlander, A. & Hershkowitz, R. (1997). Reasoning with algebra. *The Mathematics Teacher*, 90(6), 442.

Friedlander, A., & Arcavi, A. (2012). Practicing algebraic skills: A conceptual approach. *The Mathematics Teacher*, 105(8), 608-614.

- Gilboa, N., Dreyfus, T., & Kidron, I. (2011). A construction of a mathematical definition—the case of parabola. In *Proceeding of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 20, pp. 425-432).
- González, I. J. Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de las Matemáticas y Educación Matemática-2014. *Málaga: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales y SEIEM.*
- Herscovics, N., & Kieran, C. (1980). Constructing meaning for the concept of equation. *The Mathematics Teacher*, 73(8), 572-580.
- Hoyles, C., & Healy, L. (2007). Curriculum change and geometrical reasoning. *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice*, 81-115.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12, pp. 317-326.
- Kieran, C. (1989). The early learning of algebra: A structural perspective. *Research issues in the learning and teaching of algebra*, 4, 33-56.
- Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*, 11-49.
- Kieran, C., & Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7(3), 229-240.
- Knorr, W. R. (1982). Observations on the early history of the conies. *Centaurus*, 26(1), 1-24.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*, 275-304.
- Mariotti, M. A. (2007). Geometrical proof: the mediation of a microworld. *Theorems in school: From history epistemology and cognition to classroom practice*, 285-304.
- Martínez, M., & Rojano, T. (2013). De la modelación concreta-dinámica al sistema matemático de signos del álgebra: lectura/transformación de textos en la resolución de ecuaciones lineales
- Mason, J. (2005). *Developing thinking in algebra*. Sage.

- National Council of Teacher of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Parenti, L., & Barberis, M. T. (2007). From dynamic exploration to “theory” and “theorems” (from 6th to 8th grades). *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice*, 265(284), 265.
- Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. *Handbook of research on the psychology of mathematics education*, 205-235.
- Rojano, T. (2010). Modelación concreta en álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas matemáticos de signos. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 75, 5-20.
- Wooton, W., Beckenbach, E. F., & Fleming, F. J. (1977). *Geometría analítica moderna*. Publicaciones Cultural.