

## UNIDAD DE APRENDIZAJE: PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE LA VARIACIÓN

**Objetivo.** Fortalecer el conocimiento del fenómeno de variación para predecir magnitudes que están cambiando a través de explorar situaciones con ayuda de la tecnología para posteriormente formalizarlas y con ello el estudiante de maestría pueda desarrollar las habilidades necesarias para transferir lo aprendido al aula con sus estudiantes.

### Descripción y contenido

Esta unidad de aprendizaje se enfoca en la exploración y desarrollo de situaciones que toman como base, magnitudes que están *cambiando*, dada su importancia como uno de los conceptos centrales de las matemáticas y de la ciencia y en el desarrollo del conocimiento en nuestra sociedad para comprender los fenómenos del entorno. Se abordarán las situaciones presentadas en principio mediante estrategias numéricas apoyadas con tecnología para extraer significado que apoye una posterior simbolización y formalización de conceptos. Usualmente en la aproximación al cálculo se estudia la derivada, luego la integral, aplicaciones y posteriormente el teorema fundamental del cálculo. En este caso surgen desde las situaciones al tratar de predecir, razón por la cual se abordan de manera paralela.

Se espera que esta unidad de aprendizaje:

- 1) Sensibilice a los estudiantes en cuanto al análisis de los conocimientos de las matemáticas del cambio, para que logren verlos de manera integrada, abordarlos y formalizarlos desde diferentes niveles de comprensión.
- 2) Los ayude a describir de qué manera los modelos matemáticos polinomial, exponencial, y trigonométricos son una construcción que responde a la práctica de predicción. Además de ver que todos estos modelos surgen de la práctica (en los cursos tradicionales primero se estudian los modelos y luego se aplican) cuando una magnitud real particular cumple ciertas condiciones en su “razón de cambio” con respecto a la magnitud de la que depende.

3) Apoye la introducción de procesos infinitos en la construcción de la respuesta de predicción y a valorar una forma de pensar diferente, donde el razonamiento matemático trascienda la sola manipulación de fórmulas algebraicas.

Los contenidos a abordar serán:

1. Experimentando el fenómeno de variación y conceptos relacionados en problemas contextualizados

1.1 Situaciones de variación y problemática de predicción de magnitudes que están cambiando.

2. Valor aproximado del cambio acumulado (modelo lineal)

2.1 Situaciones reales

2.2 Uso de Excel para aproximar el cambio o la variación acumulada

2.3 Simbolización y formalización: De la hoja de Excel a la hoja de papel

3. Valor exacto del cambio acumulado (modelo lineal)

3.1 Método de Euler como estrategia numérica

3.2 Re-significando el teorema fundamental del cálculo (uniendo el cálculo diferencial -razón de cambio- e integral –noción de acumulación)

3.3 Simbolización: Relacionando con fórmulas

4. Otros modelos de variación

4.1 Situaciones para los modelos cuadrático, cúbico y polinomial

4.2 Situaciones para el modelo trigonométrico

4.3 Situaciones para el modelo exponencial

4.4 Diferencial-derivada, integral-antiderivada abordados de manera simultánea.

5. Recursos tecnológicos para el acceso democrático al pensamiento de la variación (SimCalcMathWorlds, iPad Sci Graph Calc, WolframAlpha, Graphmatica, GeoGebra).

6. Modelos y modelización matemáticas como herramienta para una evaluación formativa dinámica

## **Evaluación**

Indicadores de logro de objetivos y desarrollo de habilidades.

En su desempeño en clase, en reportes escritos de trabajo y/o en implementaciones en el aula:

- 1) muestra una profundización del conocimiento del contenido matemático relacionado con el fenómeno de variación.
- 2) muestra conocimiento del contenido pedagógico para desarrollar experiencias de aprendizaje profundo para sus estudiantes.
- 3) muestra evidencia de promover un alto nivel de pensamiento de la variación a través de la resolución de problemas y el uso de tecnología.

La distribución de pesos para la calificación será: 40% del reporte de diseño y/o implementación de actividad relacionada con el pensamiento de la variación sustentada teóricamente. Además, 40% del trabajo en el aula y 20% de las reseñas de lecturas realizadas.

### **Bibliografía**

- Carmona G. (2013). Proyecto Campus Viviente de Educación para Ciencia, Ingeniería, Tecnología y Matemáticas. Universidad de Texas en San Antonio.
- Carlson, M. & Oehrtman, M. (2005). Research sampler 9: Key aspects of knowing and learning the concept of function. *Mathematical Association of America*. Recuperado de [http://www.maa.org/t\\_and\\_1/sampler/rs\\_9.html](http://www.maa.org/t_and_1/sampler/rs_9.html)
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 352-378.
- Carlson, M., Larsen, S., & Jacobs, S. (2001). An investigation of covariational reasoning and its role in learning the concepts of limit and accumulation. En *Proceedings of the 23rd annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 145-153).
- Confrey, J. & Smith, E. (1991). A framework for functions: Prototypes, multiple representations, and transformations. En R. Underhill & C. Brown (Eds.), *Proceedings of the 13th Annual Meeting of PME-NA* (pp. 57-63). Blacksburg, VA.

- Dubinsky, E. & Harel, G. (1992). The nature of the process conception of function. En G. Harel & E. Dubinsky (Eds.), *The Concept of Function: Aspects of epistemology and pedagogy. Mathematical Association of America Notes*, 25, 85-106.
- Falcade, R., Laborde, C., & Mariotti, M. A. (2007). Approaching functions: Cabri tools as instruments of semiotic mediation. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 317-333.
- Hegedus, S. & Roschelle, J. (2013). *The SimCalc Vision and Contributions. Democratizing Access to Important Mathematics*. US: Springer.
- Hitt, F., Gonzalez, A., & Morasse, C. (2008). Visualization and students' functional representations in the construction of mathematical concepts. An example: The concept of co-variation as a prelude to the concept of function. *ICME-11, Topic Study Group 20 (TSG 20), Visualization in the Teaching and Learning of Mathematics*, 6-13.
- Kaput, J., & Roschelle, J. (1998). The mathematics of change and variation from a millennial perspective: New content, new context. *Rethinking the mathematics curriculum*, 155-170.
- Koetsier, T. (2010). *Lakatos, Lakoff and Núñez: Towards a satisfactory definition of continuity* (pp. 33-46). Springer US.
- Mata, A. (2010) Proyecto *Campus Viviente: Durango* (FOMIX DGO-2010-C02-144267), apoyado por el Fideicomiso del Fondo Mixto CONACYT-Gobierno del Estado de Durango.
- Moreno-Armella, L., Hegedus, S., & Kaput, J. (2008). From static to dynamic mathematics: Historical and representational perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 68(2), 99-111.
- Noble, T., Nemirovsky, R., Wright, T., & Tierney, C. (2001). Experiencing change: The mathematics of change in multiple environments. *Journal for Research in Mathematics Education*, 85-108.
- Nemirovsky, R., & Noble, T. (1997). On mathematical visualization and the place where we live. *Educational Studies in Mathematics*, 33(2), 99-131.
- Niss, M. (2014). Functions Learning and Teaching. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 238-241). London: Springer.

- Salinas, P. (2016). *Cálculo Diferencial e Integral Unidos por el Teorema Fundamental del Cálculo*. Curso Tecnológico de Monterrey.
- Sepúlveda, A., & García, L. (2011). El uso de software dinámico en el estudio de problemas geométricos de variación. *Educación matemática*, 23(2), 111-127.
- Schorr, R. & Goldin, G. (2008). Students' expression of affect in an inner-city SimCalc classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 68(2), 131-148.
- Stroup, W. (2005). Learning the basics with Calculus. *Journal Computers in Mathematics and Science Teaching*. 24(29), 179-196.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 14(3), 293-305.